Signaux aléatoires :
Modélisation, Estimation, Détection

sous la direction de :
Michel GUGLIELMI

Mai 2004

Table des matières

Chapitre 4

Modèles de signaux à longue dépendance statistique

4.1. Introduction

L'analyse structurelle de la corrélation des signaux aléatoires peut servir à faire une typologie de ces signaux. Pour un processus stochastique $X(t) \in \Re$, stationnaire (au moins au deuxième ordre), la fonction d'autocorrélation $\phi_{XX}(\tau) = E\{X(t)X(t+\tau)\}$ ne dépend que du décalage temporel τ et tend aux longs décalages $|\tau|$ vers l'espérance carrée $E\{X(t)\}^2$. Qualitativement, le comportement asymptotique de cette fonction d'autocorrélation quand $|\tau| \to \infty$ permet de regrouper les processus en trois classes selon les divers types de convergence :

– signaux à corrélation finie : la fonction d'autocorrélation est nulle pour $|\tau| \geq m$. Dans le cas où $m = 1$, ce qui correspond à $\phi_{XX}(\tau)$ égale à un dirac, le processus aléatoire $X(t)$ ne contient pas de corrélation. Ce type de structure, qui est celle du bruit blanc, est un bon modèle pour de nombreux signaux pour lesquels les phénomènes générateurs possèdent des temps de relaxation, ou d'évolution, ou d'agitation, très brefs (et donc non résolus par la modélisation) devant les constantes de temps des systèmes avec lesquels interagit le signal $X(t)$ modélisé. C'est souvent le cas des bruits générés par des phénomènes d'agitation thermique, en interaction avec les systèmes électroniques usuels. Lorsque $m > 1$, le processus $X(t)$ admet une corrélation limitée : c'est le cas des processus stochatisques engendrés par des modèles $MA(m)$ (voir chapitre précédent) ;

Chapitre rédigé par François CHAPEAU-BLONDEAU et Michel GUGLIELMI.

4.5. Conclusion

Ce chapitre étend le cadre de l'approche système délibérément choisie dans cet ouvrage. Les modèles présentés font partie de ceux utiles pour caractériser des signaux dont les propriétés sortent du cadre classique. Ils appartiennent à la classe des systèmes linéaires et de faible complexité apparente. Cependant, celle-ci est en fait *cachée* et l'analyse des performances de ces modèles ne peut être menée qu'à l'aide de nouveaux outils mathématiques. Enfin, la synthèse des signaux qui en sont issus nécessite quelquefois des procédures de troncatures aboutissant alors à une perte de l'exactitude des propriétés théoriques. Dès lors, la validation de ces synthèses reste encore une question posée pour chacune des modélisations proposées [GUG 01a, GUG 02].

4.6. Bibliographie

[ABR 98] ABRY P., VEITCH D., FLANDRIN P., « Long-range dependence : Revisiting aggregation with wavelets », *Journal of Time Series Analysis*, vol. 19, p. 253-266, 1998.

[ABR 02a] ABRY P., BARANIUK R., FLANDRIN P., RIEDI R., VEITCH D., « Multiscale nature of network traffic », *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 19, n°3, p. 28-46, 2002.

[ABR 02b] ABRY P., GONÇALVÈS P., LEVY-VÉHEL J., *Traité IC2, Lois d'échelles, fractales et ondelettes*, Hermès, Paris, 2002.

[ADL 98] ADLER R. J., FELDMAN R. E., TAQQU M. S., *A Practical Guide to Heavy Tails : Statistical Techniques and Applications*, Birkhäuser, Boston, 1998.

[AMI 94] AMIT M., SHMERLER Y., EISENBERG E., ABRAHAM M., SHNERB N., « Language and codification dependence of long-range correlation in texts », *Fractals*, vol. 2, p. 7-13, 1994.

[BAR 66] BARNES J. A., ALLAN D. W., « A statistical model of flicker noise », *Proceedings of the IEEE*, vol. 54, p. 176-178, 1966.

[BER 92] BERAN J., « Statistical methods for data with long-range dependence », *Statistical Science*, vol. 7, p. 404-427, 1992.

[BER 94] BERAN J., *Statistics for Long-Memory Processes*, Chapman & Hall, New York, 1994.

[BER 95] BERAN J., SHERMAN R., TAQQU M. S., WILLINGER W., « Long-range dependence in variable-bit-rate video traffic », *IEEE Transactions on Communications*, vol. 43, p. 1566-1579, 1995.

[BOX 70] BOX G. E. P., JENKINS G. M., *Time Series Analysis : Forecasting and Control*, Holden Day, San Francisco, 1970.

[CAP 02] CAPPÉ O., MOULINES E., PESQUET J. C., PETROPULU A., YANG X., « Long-range dependence and heavy-tail modeling for teletraffic data », *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 19, n°3, p. 14-27, 2002.

[CHA 98] CHAPEAU-BLONDEAU F., « (max, $+$) dynamic systems for modeling traffic with long-range dependence », *Fractals*, vol. 6, p. 305-311, 1998.

[CHA 99] CHAPEAU-BLONDEAU F., GAZENGEL E., « Dynamique (max, $+$) pour la génération en ligne de bruit en $1/f^{\alpha}$ », *Actes du* 17^{me} *Colloque GRETSI sur le Traitement du Signal et des Images*, Vannes, France, p. 7-10, Septembre 1999.

[CHA 01a] CHAPEAU-BLONDEAU F., MONIR A., « Generation of signals with long-range correlation », *Electronics Letters*, vol. 37, p. 599-600, 2001.

[CHA 01b] CHAPEAU-BLONDEAU F., MONIR A., « A model of random signal with long-range correlations », *Proceedings* 2*nd International Symposium on Physics in Signal and Image Processing*, Marseille, France, p. 381-384, Janvier 2001.

[CHA 02] CHAPEAU-BLONDEAU F., MONIR A., « Numerical evaluation of the Lambert W function and application to generation of generalized Gaussian noise with exponent 1/2 », *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 50, p. 2160-2165, 2002.

[EBE 94] EBELING W., PÖSCHEL T., « Entropy and long-range correlations in literary English », *Europhysics Letters*, vol. 26, p. 241-245, 1994.

[FEL 71] FELLER W., *An Introduction to Probability Theory and Its Applications : Vol I*, Wiley, New York, 1971.

[FLA 92] FLANDRIN P., « Wavelet analysis and synthesis of fractional Brownian motion », *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 38, p. 910-917, 1992.

[GAU 95] GAUBERT S., « Performance evaluation of (max, $+$) automata », *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 40, p. 2014-2025, 1995.

[GRA 80] GRANGER C. W. J., JOYEUX R., « An introduction to long-memory time series models and fractional differencing », *Journal of Time Series Analysis*, vol. 1, p. 15-29, 1980.

[GRA 94] GRADSTHEYN I. S., RYSHIK I., *Table of integrals, Series, and Products : Fith Edition*, Academic Press, New York, 1994.

[GRA 96] GRANGER C. W. J., DINGH Z., « Varieties of long memory models », *Journal of Econometrics*, vol. 73, p. 61-77, 1996.

[GUG 01a] GUGLIELMI M., « Synthèse de signaux en 1/f avec contrôle de la précision spectrale », *Actes du* 18^{me} *Colloque GRETSI sur le Traitement du Signal et des Images*, Toulouse, France, septembre 2001.

[GUG 01b] GUGLIELMI M., NORET E., « Une classe de systèmes auto-similaires et à mémoire longue », *Techniques et science Informatique*, vol. 9, p. 1153-1172, 2001.

[GUG 02] GUGLIELMI M., « Approximation optimale d'un transfert non entier par un réseau de cellules », *CIFA*, Nantes, France, juillet 2002.

[HEA 98] HEATH D., RESNICK S., SAMORODNITSKY G., « Heavy tails and long range dependence in on/off processes and associated fluid models », *Mathematics of Operations Research*, vol. 23, p. 145-165, 1998.

[HOS 81] HOSKING J. R. M., « Fractional differencing », *Biometrika*, vol. 68, p. 165-176, 1981.

[JEN 96] JENNANE R., HARBA R., JACQUET G., « Estimation de la qualité des méthodes de synthèse du mouvement brownien fractionnaire », *Tr. du Signal*, vol. 13, p. 289-302, 1996.

[JUM 99] JUMARIE G., « A new approach to fractional Brownian motion of order n via random walk in the complex plane », *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 10, p. 1193-1212, 1999.

[KOK 97] KOKOL P., BREST J., ZUMER V., « Long-range correlations in computer programs », *Cybernetics and Systems : An International Journal*, vol. 28, p. 43-57, 1997.

[LEB 72] LEBEDEV N. N., *Special functions and their Applications*, Dover Publications, New-York, 1972.

[LEL 77] LELONG-FERRAND J., ARNAUDIÈS J., *Cours de mathématiques : Analyse*, Dunod Uninersité, Paris, 1977.

[LEL 94] LELAND W. E., TAQQU M. S., WILLINGER W., WILSON D. V., « On the self-similar nature of Ethernet traffic », *IEEE ACM Transactions on Networking*, vol. 2, p. 1-15, 1994.

[LEM 90] LE MÉHAUTÉ A., *Les Géométries Fractales*, Hermès, Paris, 1990.

[LI 94] LI W., MARR T. G., KANEKO K., « Understanding long-range correlations in DNA sequences », *Physica D*, vol. 75, p. 392-416, 1994.

[LOW 92] LOWEN S. B., TEICH M. C., « Auditory-nerve action potentials form a non-renewal point process over short as well as long time scales », *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 92, p. 803-806, 1992.

[MAG 96] MAGRÉ O., Mouvement brownien fractionnaire : Contribution à la modélisation, à la synthèse et à l'analyse, PhD thesis, Thèse de Doctorat, École Centrale de Nantes, 1996.

[MAG 97] MAGRÉ O., GUGLIELMI M., « Modelling and analysis of fractional Brownian motions », *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 8, p. 377-388, 1997.

[MAN 68] MANDELBROT B. B., VAN NESS J., « Fractional Brownian motions, fractional noises and applications », *SIAM Review*, vol. 10, p. 422-437, 1968.

[MEN 00] MENGUY E., BOIMOND J. L., HARDOUIN L., FERRIER J. L., « A first step towards adaptive control for linear systems in max algebra », *Journal of Discrete Event Dynamic Systems*, vol. 10, p. 347-367, 2000.

[NOV 98] NOVAK M. M., « Correlations in computer programs », *Fractals*, vol. 6, p. 131-138, 1998.

[OLD 74] OLDHAM K. B., SPANIER J., *The fractional calculus*, Academic Press, Londres, 1974.

[OUS 95] OUSTALOUP A., *La Dérivation Non Entière*, Hermès, Paris, 1995.

[PEI 88] PEITGEN H. O., SAUPE D., *The Science of Fractal Images*, Springer, Berlin, 1988.

[PER 01] PERRIN E., HARBA R., BERZIN-JOSEPH C., IRIBARREN I., BONAMI A., « nth-order fractional Brownian motion and fractional Gaussian noises », *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 49, p. 1049-1050, 2001.

[SCH 93] SCHENKEL A., ZHANG J., ZHANG Y. C., « Long range correlation in human writings », *Fractals*, vol. 1, p. 47-57, 1993.

[TEI 97] TEICH M. C., HENEGHAN C., LOWEN S. B., OZAKI T., KAPLAN E., « Fractal character of the neural spike train in the visual system of the cat », *Journal of the Optical*

Society of America A, vol. 14, p. 529-546, 1997.

[WIL 95] WILLINGER W., TAQQU M. S., LELAND W. E., WILSON D. V., « Self-similarity in high-speed packet traffic : Analysis and modeling of Ethernet traffic measurements », *Statistical Science*, vol. 10, p. 67-85, 1995.

[WOR 96] WORNELL G., *Signal Processing with Fractals*, Prentice Hall, New York, 1996.

[ZEB 98] ZEBENDE G. F., DE OLIVEIRA P. M. C., PENNA T. J. P., « Long-range correlations in computer diskettes », *Physical Review E*, vol. 57, p. 3311-3314, 1998.