

## Signal quantique

Un système quantique possède un état  $|\psi_\xi\rangle$  ou plus généralement un opérateur densité  $\rho_\xi$ , qui constitue notre **signal quantique** porteur d'information, qui dépend d'un paramètre  $\xi$  inconnu, et qui est ainsi constitué :

$$\text{entrée } \rho \xrightarrow{\text{processus}} \boxed{\mathcal{E}_\xi(\cdot)} \xrightarrow{\text{sortie}} \rho_\xi = \mathcal{E}_\xi(\rho)$$

Un signal sonde  $\rho$  préparé en entrée, excite un processus quantique  $\mathcal{E}_\xi(\cdot)$  dépendant de  $\xi$ , et produisant en sortie le signal  $\rho_\xi$  à traiter pour estimer  $\xi$ .

⇒ **Métrologie et capteurs quantiques.**

[1] C. L. Degen, *et al.*; "Quantum sensing"; *Reviews of Modern Physics* 89, 035002,1–39 (2017).

[2] V. Giovannetti, *et al.*; "Advances in quantum metrology"; *Nature Photonics* 5, 222–229 (2011).

## Traitement du signal quantique : application à l'interférométrie photonique

François CHAPEAU-BLONDEAU

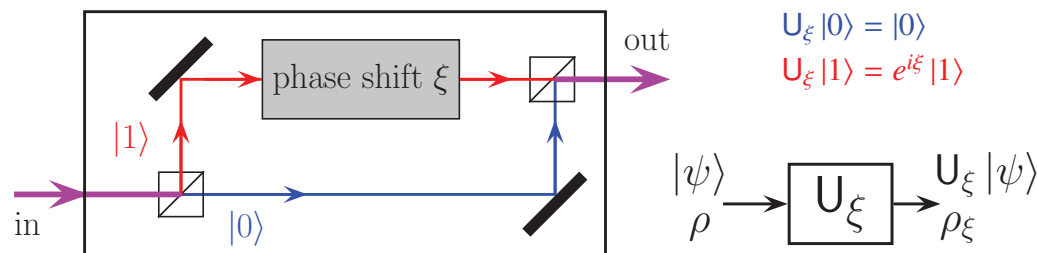
Département de Physique, Faculté des Sciences d'Angers

Laboratoire Angevin de Recherche en Ingénierie des Systèmes (LARIS).



Un photon (qubit) selon sa polarisation est transformé par un interféromètre :

$$|\psi\rangle \longrightarrow U_\xi |\psi\rangle, \text{ avec l'opérateur unitaire } U_\xi = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\xi} \end{bmatrix} = |0\rangle\langle 0| + e^{i\xi} |1\rangle\langle 1|.$$



$$U_\xi |0\rangle = |0\rangle$$

$$U_\xi |1\rangle = e^{i\xi} |1\rangle$$

$$|\psi\rangle \xrightarrow{\rho} \boxed{U_\xi} \rightarrow U_\xi |\psi\rangle \xrightarrow{\rho_\xi}$$

**Le problème :** Estimer (efficacement (optimalement)) la valeur du déphasage  $\xi$ .

Quel signal sonde  $\rho = |\psi\rangle\langle\psi|$  en entrée ?

Quels mesure quantique et traitement sur le signal de sortie  $\rho_\xi = U_\xi |\psi\rangle\langle\psi| U_\xi^\dagger$  ?

Comment évaluer l'efficacité ?

On se guide sur l'information de Fisher. [3]

- **En classique**, à partir de mesures  $\vec{x}$ , tout estimateur  $\widehat{\xi}$  pour  $\xi$  possède une erreur quadratique moyenne  $\langle(\widehat{\xi} - \xi)^2\rangle$  minorée via l'information de Fisher classique  $F_c(\xi) = \langle[\partial_\xi \ln P(\vec{x}; \xi)]^2\rangle$ , assurant  $\langle(\widehat{\xi} - \xi)^2\rangle \geq$  borne de Cramér-Rao  $\sim \frac{1}{F_c(\xi)}$ , avec l'estimateur du maximum de vraisemblance qui sature la borne, à  $\vec{x}$  grand.

- **En quantique**, pour des données  $\vec{x}$  issues de mesures quantiques sur un état  $\rho_\xi$ , on a  $F_c(\xi)$  majorée par l'information de Fisher quantique  $F_q(\xi) = \langle[\mathcal{D}_\xi \rho_\xi]^2\rangle$ , (avec  $\mathcal{D}_\xi$  dérivée logarithmique symétrisée) assurant  $F_c(\xi) \leq F_q(\xi)$ ,

et 
$$F_q(\xi) = 2 \sum_{j,k} \frac{|\langle\lambda_j|\partial_\xi\rho_\xi|\lambda_k\rangle|^2}{\lambda_j + \lambda_k}$$
, via décomposition spectrale  $\{\lambda_j, |\lambda_j\rangle\}$  de  $\rho_\xi$ .

[3] O. E. Barndorff-Nielsen, R. D. Gill; "Fisher information in quantum statistics";

*Journal of Physics A* 33, 4481–4490 (2000).

## Optimal strategy

• Optimal input  $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) = |+\rangle \implies$  output  $U_\xi |\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + e^{i\xi} |1\rangle)$

optimally measured in basis  $\{|+\rangle, |-\rangle\}$

to yield  $\Pr\{|+\rangle\} = |\langle + | U_\xi |\psi\rangle|^2 = \frac{1 + \cos(\xi)}{2}$ .



•  $N$  successive experiments deliver a sequence of  $N_+$  outcomes  $|+\rangle$  and  $N_- = N - N_+$  outcomes  $|-\rangle$ .

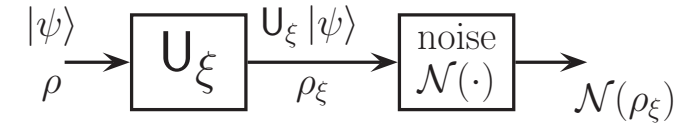
• From the measured data  $(N_+, N_-)$ , the value of  $\xi$  is estimated by an estimator  $\widehat{\xi} = \widehat{\xi}(N_+, N_-)$ .

Maximum likelihood estimator  $\widehat{\xi}(N_+, N_-) = \arg \max_{\xi} \Pr(N_+, N_-; \xi)$

$$\implies \widehat{\xi} = \arccos\left(\frac{N_+ - N_-}{N}\right).$$

5/13

## Prise en compte du bruit quantique ou décohérence



Estimation de  $\xi$  à partir du signal (opérateur densité) bruité  $\mathcal{N}(\rho_\xi)$ .

Modélisation du bruit quantique comme une évolution non unitaire

$$\rho \mapsto \mathcal{N}(\rho) = \sum_{\ell} V_{\ell} \rho V_{\ell}^{\dagger}$$

avec les opérateurs de Kraus  $V_{\ell}$  vérifiant  $\sum_{\ell} V_{\ell}^{\dagger} V_{\ell} = \text{Id}$ ,

qui caractérisent le bruit quantique en présence.

[4] S. Haroche, J.-M. Raimond; “Exploring the Quantum : Atoms, Cavities and Photons”; Oxford University Press, 2006.

6/13

**Bruit de bit-flip**  $\rho \mapsto \mathcal{N}(\rho) = (1 - p)\rho + p\sigma_x\rho\sigma_x^{\dagger}$

**Bruit de phase-flip**  $\rho \mapsto \mathcal{N}(\rho) = (1 - p)\rho + p\sigma_z\rho\sigma_z^{\dagger}$

**Bruit dépolarisant**  $\rho \mapsto \mathcal{N}(\rho) = (1 - p)\rho + \frac{p}{3}(\sigma_x\rho\sigma_x^{\dagger} + \sigma_y\rho\sigma_y^{\dagger} + \sigma_z\rho\sigma_z^{\dagger})$

$\implies$  le signal d’excitation  $|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$  reste optimal en entrée,

mais la mesure projective dans la base  $\{|+\rangle, |-\rangle\}$  n’est plus optimale en sortie.

**Bruit thermique quantique**  $\rho \mapsto \mathcal{N}(\rho) = \sum_{\ell=1}^4 \Lambda_{\ell} \rho \Lambda_{\ell}^{\dagger}$

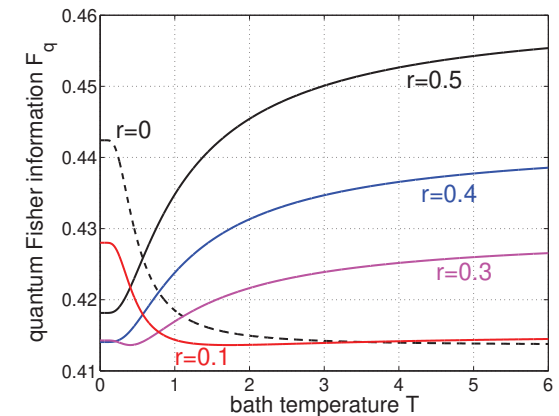
$\implies$  le signal d’entrée  $|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$  n’est plus toujours optimal.

[5] F. Chapeau-Blondeau; “Optimizing qubit phase estimation”; *Physical Review A* 94, 022334,1–14 (2016).

[6] F. Chapeau-Blondeau; “Optimized probing states for qubit phase estimation with general quantum noise”; *Physical Review A* 91, 052310,1–13 (2015).

7/13

Dans certaines conditions, des effets de **résonance stochastique** sont possibles, où le bruit quantique ou la décohérence deviennent bénéfiques à l’estimation.



[7] F. Chapeau-Blondeau; “Qubit state estimation and enhancement by quantum thermal noise”; *Electronics Letters* 51, 1673–1675 (2015).

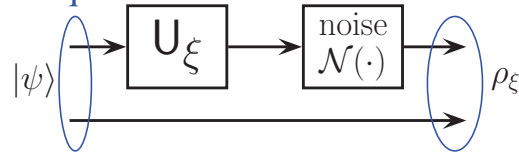
[8] N. Gillard, E. Belin, F. Chapeau-Blondeau; “Stochastic antiresonance in qubit phase estimation with quantum thermal noise”; *Physics Letters A* 381, 2621–2628 (2017).

[9] N. Gillard, E. Belin, F. Chapeau-Blondeau; “Stochastic resonance with unital quantum noise”; *Fluctuation and Noise Letters* 18, 1950015,1–15 (2019).

8/13

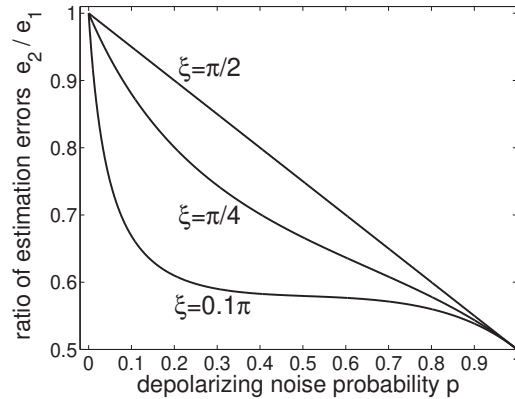
## Amélioration par l'intrication quantique

Paire de qubits intriqués en entrée  
d'état  $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$



avec un seul qubit actif qui interagit avec le processus  $U_\xi$  à estimer.

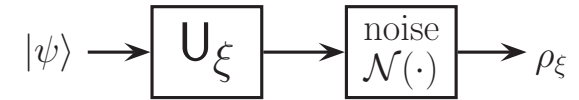
La présence du qubit intriqué passif,  
bien qu'il n'interagisse pas  
avec le processus  $U_\xi$  à estimer,  
toujours réduit l'erreur d'estimation,  
en présence de bruit. 😊



9/13

## Amélioration par l'intrication quantique

... ou avec deux ou plusieurs qubits intriqués actifs  
pour interagir avec le processus  $U_\xi$  à estimer.



On obtient des bénéfices pour l'estimation quantique.

Mais les états intriqués d'entrée  $|\psi\rangle$  optimaux, selon les types de bruit,  
sont loin d'être tous connus ...

- [10] F. Chapeau-Blondeau; "Optimized entanglement for quantum parameter estimation from noisy qubits"; *International Journal of Quantum Information* 16, 1850056,1–25 (2018).
- [11] F. Chapeau-Blondeau; "Entanglement-assisted quantum parameter estimation from a noisy qubit pair: A Fisher information analysis"; *Physics Letters A* 381, 1369–1378 (2017).
- [12] N. Gillard, E. Belin, F. Chapeau-Blondeau; "Estimation quantique en présence de bruit améliorée par l'intrication"; Actes du 26ème Colloque GRETSI sur le Traitement du Signal et des Images, Juan-les-Pins, France, 5–8 sept. 2017.

10/13

## Superposition quantique d'ordre causal

Un qubit de contrôle  $|\psi_c\rangle$  commute, selon son état  $|0\rangle$  ou  $|1\rangle$ ,

entre (1) ou (2),

ou bien entre (1)-(2) ou (2)-(1).



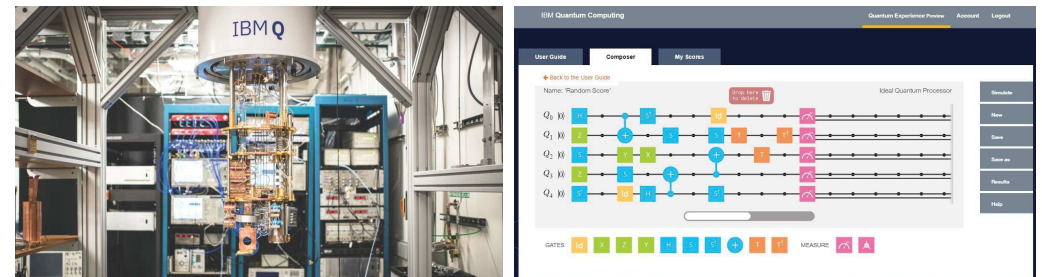
On place ce qubit dans l'état superposé  $|\psi_c\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$  et on réalise  
ainsi des associations de systèmes, et des propriétés, sans équivalent classique.

- [13] F. Chapeau-Blondeau; "Quantum parameter estimation on coherently superposed noisy channels"; *Physical Review A* 104, 032214,1–16 (2021).
- [14] F. Chapeau-Blondeau; "Noisy quantum metrology with the assistance of indefinite causal order"; *Physical Review A* 103, 032615,1–18 (2021).
- [15] M. Friis, V. Dunjko, W. Dür, H. J. Briegel; "Implementing quantum control for unknown subroutines"; *Physical Review A* 89, 030303(R),1–5 (2014).

11/13

## Online IBM quantum processors

<https://quantum-computing.ibm.com>



- [16] N. Gillard; "Traitement du signal quantique : Effets de bruit utile et intrication"; Doctorat de l'Université d'Angers, École Doctorale MathSTIC, soutenu à Angers le 5 nov. 2019, directeur de thèse F. Chapeau-Blondeau, coencadrant E. Belin.

12/13

**Merci de votre attention.**

