

TD2, Systèmes linéaires

(2 séances de 2h40)

Exercice 1

Résoudre les systèmes linéaires suivants avec la méthode du Pivot de Gauss :

i)
$$\begin{cases} 3x - y + 2z = 1, \\ y - z = 0. \end{cases}$$

ii)
$$\begin{cases} x + 2y - 3z = -1, \\ 3x - y + 2z = 7, \\ 8x + 2y - 2z = 9. \end{cases}$$

iii)
$$\begin{cases} 2x + y - 2z = 10, \\ x + y + 4z = -9, \\ 7x + 5y + z = 14. \end{cases}$$

iv)
$$\begin{cases} x - 3y + 7z = -4, \\ x + 2y - 3z = 6, \\ 7x + 4y - z = 22. \end{cases}$$

v)
$$\begin{cases} x + y + 3z = 1, \\ 4x + y - 2z + t = 3, \\ 2x - y + z + 3t = 11, \\ 3x + 5y - z - 2t = -3. \end{cases}$$

Exercice 2Déterminer les valeurs de a pour lesquelles le système :

$$\begin{cases} x + ay = 1, \\ ax + y = 1. \end{cases}$$

1. n'a pas de solution,
2. a une infinité de solutions,
3. a une solution unique.

Exercice 3Déterminer les valeurs du paramètre réel a pour lesquelles le système :

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ x + 2y + az = 2 \\ 2x + ay + 2z = 3 \end{cases}$$

1. n'a pas de solution,

- 2. a une infinité de solutions,
- 3. a une solution unique.

Exercice 4

Pour quelles valeurs de a, b, c le système suivant admet au moins une solution ?

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = a \\ 3x + 8y - 14z = b \\ 2x + 4z = c \end{cases}$$

Exercice 5

Résoudre pour toute valeur du paramètre réel λ :

$$\begin{cases} \lambda x + 2y + 3z = \lambda, \\ x + \lambda y + z = \lambda + 1, \\ x + y + \lambda z = 3. \end{cases}$$

Exercice 6

Déterminer la solution générale du système :

$$\begin{cases} x - y + z - t + w = 0, \\ x + y + 2z - t = 0, \\ 2x - 2y + 3z - t + 2w = 0, \\ 4x - 2y + 6z - 3t + 3w = 0. \end{cases}$$

Exercice 7

Résoudre les systèmes linéaires suivants dans \mathbb{C} :

i) $\begin{cases} x - iy = 1, \\ ix - y = 1. \end{cases}$

ii) $\begin{cases} ix - iy = 1 + i, \\ ix + y = 1 - i. \end{cases}$