

Tous les documents sont interdits, ainsi que les calculatrices et téléphones portables.

Le barème est donné à titre indicatif.

Exercice 1. (8 points) Dans l'espace \mathcal{E} muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points suivants : $A(0, 4, 1)$, $B(1, 3, 0)$, $C(2, -1, -2)$ et $D(7, -1, 4)$.

1. Montrer que les points A , B et C ne sont pas alignés.
2. Soit Δ la droite passant par le point D et de vecteur directeur $\vec{n}(2, -1, 3)$. On note (ABC) l'unique plan contenant les points A , B et C .
 - (a) Montrer que Δ est orthogonale au plan (ABC) .
 - (b) En déduire une équation cartésienne du plan (ABC) .
 - (c) Déterminer un système d'équations paramétriques de Δ .
 - (d) Déterminer les coordonnées du point H , intersection de la droite Δ et du plan (ABC) .
 - (e) Calculer la distance de D au plan (ABC) .

Exercice 2. (6 points) Dans le plan \mathcal{P} muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les droites \mathcal{D}_1 et \mathcal{D}_2 données par les équations cartésiennes suivantes :

$$\mathcal{D}_1 : x + y + 1 = 0, \quad \text{et} \quad \mathcal{D}_2 : 2x + 3y - 5 = 0.$$

1. Donner une équation cartésienne de la droite \mathcal{D}'_1 parallèle à \mathcal{D}_1 passant par O , et de la droite \mathcal{D}'_2 parallèle à \mathcal{D}_2 passant par O .
2. Dessiner le parallélogramme déterminé par les quatre droites \mathcal{D}_1 , \mathcal{D}_2 , \mathcal{D}'_1 et \mathcal{D}'_2 et calculer son aire.

Exercice 3. (6 points) Pour tout $m \in \mathbb{R}$, on considère le système S_m suivant :

$$\begin{cases} x - z = m \\ -2x + 3y + 4z = 1 \\ y + z = 2m \end{cases}$$

1. Montrer que le système S_m admet une unique solution, qu'on notera (x_m, y_m, z_m) , et exprimer x_m , y_m et z_m en fonction de m .
2. Dans l'espace \mathcal{E} muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, pour tout $m \in \mathbb{R}$ on considère le point $A_m(x_m, y_m, z_m)$. Montrer que l'ensemble $\{A_m \in \mathcal{E} \mid m \in \mathbb{R}\}$ est une droite dont on donnera un vecteur directeur.