

Tous les documents sont interdits, ainsi que les calculatrices et téléphones portables.

Le barème est donné à titre indicatif.

Exercice 1. (6 points) Dans le plan \mathcal{P} muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les points $A(2, 0)$ et $B(1, \sqrt{3})$.

1. Montrer que le triangle OAB est équilatéral.
2. Donner une équation cartésienne pour chacune des droites (OA) , (OB) et (AB) .
3. Montrer que $d(O, (AB)) = d(A, (OB)) = d(B, (OA))$.

Exercice 2. (8 points) Dans l'espace \mathcal{E} muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les plans \mathcal{P} et \mathcal{P}' donnés par les équations cartésiennes suivantes :

$$\mathcal{P} : x - y + z = 2 \quad \text{et} \quad \mathcal{P}' : x + 2y + 3z = 4.$$

1. Vérifier que \mathcal{P} et \mathcal{P}' ne sont pas parallèles, puis donner un système d'équations paramétriques de la droite d intersection de \mathcal{P} et \mathcal{P}' .
2. Donner une équation du plan \mathcal{P}'' perpendiculaire à d et passant par le point A de coordonnées $(1, 0, -1)$.
3. Montrer que les plans \mathcal{P} , \mathcal{P}' et \mathcal{P}'' ont un unique point commun B , dont on donnera les coordonnées.

Exercice 3. (6 points) Dans l'espace \mathcal{E} muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les droites \mathcal{D}_1 et \mathcal{D}_2 données par les systèmes d'équations cartésiennes suivants :

$$\mathcal{D}_1 : \begin{cases} x + y - 2 &= 0 \\ y - 2z - 3 &= 0 \end{cases}, \quad \text{et} \quad \mathcal{D}_2 : \begin{cases} x + y + z - 1 &= 0 \\ x - 2y + 3z - a &= 0 \end{cases}.$$

1. Donner un vecteur directeur de \mathcal{D}_1 et un vecteur directeur de \mathcal{D}_2 . Vérifier que \mathcal{D}_1 et \mathcal{D}_2 ne sont pas parallèles.
2. Trouver la valeur de a pour que \mathcal{D}_1 et \mathcal{D}_2 aient exactement un point d'intersection, et donner les coordonnées de ce point d'intersection.