

Tous les documents sont interdits, ainsi que les calculatrices et téléphones portables.

Le barème est donné à titre indicatif.

Exercice 1. (6 points) Résoudre les systèmes suivants :

$$1. \begin{cases} x + y + z - 3t = 1 \\ 2x + y - z + t = -1 \end{cases}, \quad 2. \begin{cases} x + 2y - 3z = 4 \\ x + 3y - z = 11 \\ 2x + 5y - 5z = 13 \\ x + 4y + z = 18 \end{cases}$$

Exercice 2. (6 points) Trouver une famille génératrice des sous espaces-vectoriels de \mathbb{R}^3 suivants :

$$1. F = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 ; x + 2y - z = 0 \right\},$$

$$2. G = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 ; x - y + z = 0 \text{ et } 2x - y - z = 0 \right\}.$$

Exercice 3. (4 points) Donner un système d'équations (cartésiennes) de l'espace vectoriel engendré par le vecteur $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Exercice 4. (4 points) Soit $(\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3, \vec{u}_4)$ une famille libre de vecteurs de \mathbb{R}^4 . Soit F le sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^4 engendré par $\vec{u}_1 + \vec{u}_2$ et \vec{u}_3 . Soit G le sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^4 engendré par $\vec{u}_1 + \vec{u}_3$ et \vec{u}_4 .

Montrer que $F \cap G = \{\vec{0}\}$.