Résumé : Optimisation unidirectionnelle : méthode du nombre d'or, méthode de Newton-Raphson, méthode stationnaire

L'énoncé de ce TP se trouve sur l'intranet : ISTIA\public\enseignant\Jean-Claude Jolly

Exercice 1

On cherche le minimiseur x^* de la fonction g définie, sur $I = [0, 2]$, par :

$$g\left(x\right) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} - x$$

1. Montrez l'existence et l'unicité de ce minimiseur.
2. Tracez le graphe de cette fonction avec Matlab. Déterminez x^* à l'aide de la fonction $fzero$ de Matlab. Quelle méthode est employée ?
3. Programmez une fonction $solnr = NR(k)$ qui détermine x^* à l'aide de la méthode de Newton-Raphson en k itérations. Pour quelle partie J de l'intervalle I un point d'initialisation $x_0 \in J$ fait-il converger l'algorithme de Newton-Raphson ? Donnez un point x_{01} qui donne la convergence et un point x_{02} pour lequel il y a divergence. On pourra s'aider des représentations graphiques de $f\left(x\right) = g'\left(x\right)$ et de $f'\left(x\right) = g''\left(x\right)$.
4. Programmez une fonction $solor = nbOr(k)$ qui détermine x^* à l'aide de la méthode du nombre d'or en k itérations.
5. Démontrez que f a une racine réelle comprise entre 1 et 2. Pour la déterminer, on souhaite employer une méthode de point fixe du type $x_{k+1} = F\left(x_k\right)$ en partant de $x_0 \in [1, 2]$. Parmi les trois fonctions suivantes, laquelle choisissez-vous : $F_1\left(x\right) = x^3 - 1, F_2\left(x\right) = \frac{1}{x^2-1}, F_3\left(x\right) = \left(x+1\right)^{\frac{1}{3}}$? Justifiez. Programmez une fonction $solst = Fix(k)$ qui détermine x^* par cette méthode en k itérations.
6. Comparez les résultats de convergence de ces quatre méthodes.