Contributions aux méthodes d'estimation en aveugle

S. Lagrange

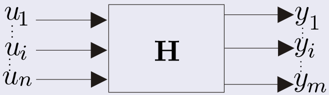
Université Joseph Fourier

1er décembre 2005

Encadrants : L. Jaulin, C. Jutten, V. Vigneron.

Séparation aveugle de sources

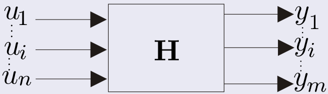
Considérons un système **H** quelconque



où

Séparation aveugle de sources

Considérons un système **H** quelconque

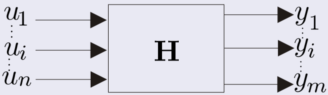


où

- le vecteur d'entrées **u** est inconnu,

Séparation aveugle de sources

Considérons un système **H** quelconque

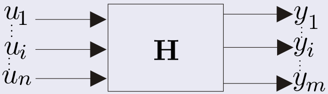


où

- le vecteur d'entrées **u** est inconnu,
- le système **H** est inconnu,

Séparation aveugle de sources

Considérons un système **H** quelconque

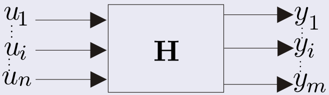


où

- le vecteur d'entrées **u** est inconnu,
- le système **H** est inconnu,
- le vecteur de sorties **y** est mesuré (bruit).

Séparation aveugle de sources

Considérons un système **H** quelconque



où

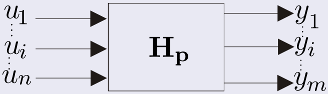
- le vecteur d'entrées **u** est inconnu,
- le système **H** est inconnu,
- le vecteur de sorties **y** est mesuré (bruit).

Objectif :

Obtenir une estimée $\hat{\mathbf{u}}$ du vecteur d'entrées **u** à une matrice diagonale et de permutations près *i.e.*

$$\hat{\mathbf{u}} = \mathbf{PDu}.$$

Considérons le système paramétré

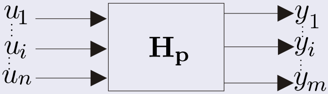


où

- le vecteur d'entrées **u** est inconnu,

Estimation de paramètres en aveugle

Considérons le système paramétré

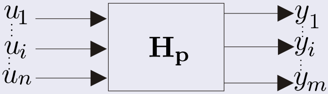


où

- le vecteur d'entrées **u** est inconnu,
- le vecteur de sorties **y** est mesuré (bruit),

Estimation de paramètres en aveugle

Considérons le système paramétré

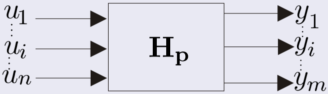


où

- le vecteur d'entrées **u** est inconnu,
- le vecteur de sorties **y** est mesuré (bruit),
- le système **H** est connu,

Estimation de paramètres en aveugle

Considérons le système paramétré

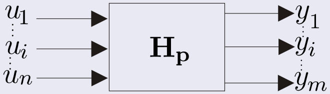


où

- le vecteur d'entrées **u** est inconnu,
- le vecteur de sorties **y** est mesuré (bruit),
- le système **H** est connu,
- le vecteur des paramètres **p** est inconnu.

Estimation de paramètres en aveugle

Considérons le système paramétré



où

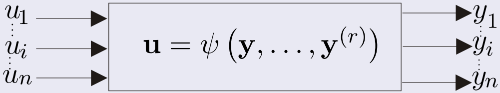
- le vecteur d'entrées **u** est inconnu,
- le vecteur de sorties **y** est mesuré (bruit),
- le système **H** est connu,
- le vecteur des paramètres **p** est inconnu.

Objectif

Estimer le vecteur des paramètres **p**.

Notre Approche

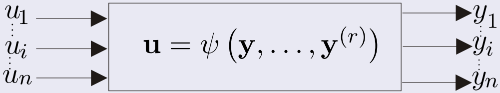
Considérons un système inversible quelconque



où

Notre Approche

Considérons un système inversible quelconque



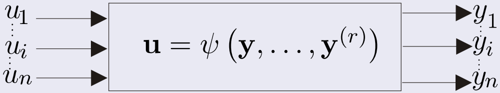
où

- les entrées $\mathbf{u}$ inconnues sont supposées indépendantes, stationnaires, ergodiques et lisses :

$$\mathbf{u} \in \mathbb{M}_{I_s},$$

Notre Approche

Considérons un système inversible quelconque



où

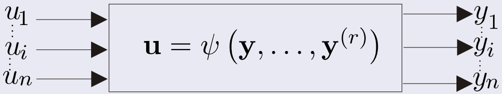
- les entrées **u** inconnues sont supposées indépendantes, stationnaires, ergodiques et lisses :

$$\mathbf{u} \in \mathbb{M}_{I_s},$$

- autant d'entrées que de sorties,

Notre Approche

Considérons un système inversible quelconque



où

- les entrées $\mathbf{u}$ inconnues sont supposées indépendantes, stationnaires, ergodiques et lisses :
$$\mathbf{u} \in \mathbb{M}_{I_s},$$
- autant d'entrées que de sorties,
- le vecteur de sorties $\mathbf{y}$ est connu (aucun bruit).

Plan de l'exposé

1. L'indépendance statistique

Plan de l'exposé

Plan de l'exposé

Plan de l'exposé

Plan de l'exposé

Indépendance

Définition : Indépendance de signaux aléatoires

Soit $\mathcal{F}$ l'ensemble des fonctions de $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ dans $\mathbb{R}$.
Les signaux aléatoires u_1 et u_2 sont indépendants si $\forall f_1, f_2 \in \mathcal{F}$, les variables aléatoires $f_1(u_1)$ et $f_2(u_2)$ sont indépendantes.

Indépendance

Définition : Indépendance de signaux aléatoires

Soit $\mathcal{F}$ l'ensemble des fonctions de $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ dans $\mathbb{R}$.
Les signaux aléatoires u_1 et u_2 sont indépendants si $\forall f_1, f_2 \in \mathcal{F}$, les variables aléatoires $f_1(u_1)$ et $f_2(u_2)$ sont indépendantes.

Exemple

Pour u_1 et u_2 indépendants, les variables aléatoires

$$\begin{aligned} X_1 &= 2\sin(u_1(10)) \\ X_2 &= \dot{u}_2(4) + u_2^2(0) \end{aligned}$$

sont indépendantes.

Indépendance

Transformation $\mathcal{T}$ préservant l'indépendance

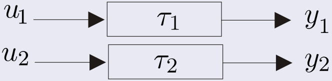
Soit $\mathcal{T}$ l'ensemble des fonctions de $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ dans $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$.
Si les signaux aléatoires u_1, u_2 sont indépendants alors, $\forall \tau_1, \tau_2 \in \mathcal{T}$, les signaux aléatoires $\tau_1(u_1)$ et $\tau_2(u_2)$ sont indépendants.

Indépendance

Transformation $\mathcal{T}$ préservant l'indépendance

Soit $\mathcal{T}$ l'ensemble des fonctions de $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ dans $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$.
Si les signaux aléatoires u_1, u_2 sont indépendants alors, $\forall \tau_1, \tau_2 \in \mathcal{T}$, les signaux aléatoires $\tau_1(u_1)$ et $\tau_2(u_2)$ sont indépendants.

Illustration

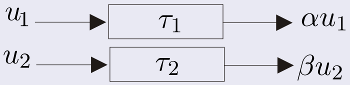


Indépendance

Transformation $\mathcal{T}$ préservant l'indépendance

Soit $\mathcal{T}$ l'ensemble des fonctions de $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ dans $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$.
Si les signaux aléatoires u_1, u_2 sont indépendants alors, $\forall \tau_1, \tau_2 \in \mathcal{T}$, les signaux aléatoires $\tau_1(u_1)$ et $\tau_2(u_2)$ sont indépendants.

Illustration

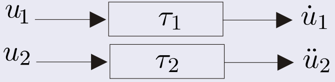


Indépendance

Transformation $\mathcal{T}$ préservant l'indépendance

Soit $\mathcal{T}$ l'ensemble des fonctions de $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ dans $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$.
Si les signaux aléatoires u_1, u_2 sont indépendants alors, $\forall \tau_1, \tau_2 \in \mathcal{T}$, les signaux aléatoires $\tau_1(u_1)$ et $\tau_2(u_2)$ sont indépendants.

Illustration



Indépendance

Transformation $\mathcal{T}$ préservant l'indépendance

Soit $\mathcal{T}$ l'ensemble des fonctions de $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ dans $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$.
Si les signaux aléatoires u_1, u_2 sont indépendants alors, $\forall \tau_1, \tau_2 \in \mathcal{T}$, les signaux aléatoires $\tau_1(u_1)$ et $\tau_2(u_2)$ sont indépendants.

Illustration

$$u_1 \longrightarrow \boxed{\quad \tau_1 \quad} \longrightarrow sin(\ddot{u}_1) \times u_1$$

$$u_2 \longrightarrow \boxed{\quad \tau_2 \quad} \longrightarrow u_2^2 + \dot{u}_2$$

Indépendance

Notation

$\mathcal{S}$ est l'ensemble des signaux aléatoires stationnaires, ergodiques et lisses.

Indépendance

Notation

$\mathcal{S}$ est l'ensemble des signaux aléatoires stationnaires, ergodiques et lisses.

Mesure d'indépendance

Si $\mathbf{u} \in \mathcal{S}$ est à composantes indépendantes, alors $\forall \tau \in \mathbb{R}$, $\forall k \in \mathbb{N}$,

$$\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{uu}}^{(k)}(\tau) \text{ est diagonale,}$$

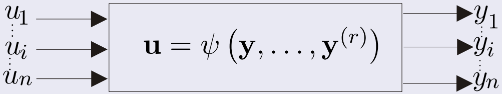
que l'on peut écrire sous la forme où

$$\mathbf{J}\left(\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{uu}}^{(k)}(\tau)\right) = \mathbf{0}.$$

Plan de l'exposé

Séparation de sources

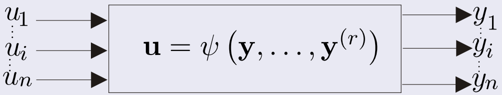
Considérons un système inversible



où

Séparation de sources

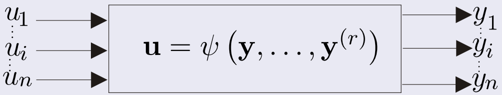
Considérons un système inversible



où

- le vecteur d'entrées $\mathbf{u} \in \mathbb{M}_{I_s}$,

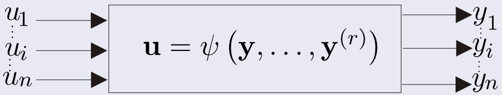
Considérons un système inversible



où

- le vecteur d'entrées $\mathbf{u} \in \mathbb{M}_{I_s}$,
- le vecteur de sorties $\mathbf{y}$ et ses dérivées $\mathbf{y}^{(i)}$ sont connus,

Considérons un système inversible



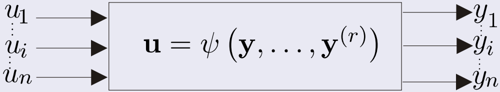
où

- le vecteur d'entrées $\mathbf{u} \in \mathbb{M}_{I_s}$,
- le vecteur de sorties $\mathbf{y}$ et ses dérivées $\mathbf{y}^{(i)}$ sont connus,
- la fonction ψ se paramétrise

$$\mathbf{u} = \psi(\mathbf{p}, \mathbf{y}, \dots, \mathbf{y}^{(r)}).$$

Séparation de sources

Considérons un système inversible



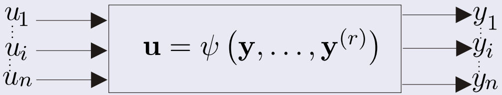
où

- le vecteur d'entrées $\mathbf{u} \in \mathbb{M}_{I_s}$,
- le vecteur de sorties $\mathbf{y}$ et ses dérivées $\mathbf{y}^{(i)}$ sont connus,
- la fonction ψ se paramétrise

$$\mathbf{u} = \psi(\mathbf{p}, \mathbf{y}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)}).$$

- le vecteur des paramètres $\mathbf{p}$ est inconnu.

Considérons un système inversible



où

- le vecteur d'entrées $\mathbf{u} \in \mathbb{M}_{l_s}$,
- le vecteur de sorties $\mathbf{y}$ et ses dérivées $\mathbf{y}^{(i)}$ sont connus,
- la fonction ψ se paramétrise

$$\mathbf{u} = \psi(\mathbf{p}, \mathbf{y}, \dots, \mathbf{y}^{(r)}).$$

- le vecteur des paramètres $\mathbf{p}$ est inconnu.

Objectif :

Estimer les paramètres $\hat{\mathbf{p}}$ qui reconstruisent des entrées $\hat{\mathbf{u}} = \mathbf{PDu} \in \mathbb{M}_{l_s}$.

Définition : Relation de conservation de la forme d'onde[1]

Pour $\mathbf{y}$ fixé, $\mathbf{p}$ et $\hat{\mathbf{p}}$ vérifient la relation de conservation de la forme d'onde, notée $\mathbf{p} \sim \hat{\mathbf{p}}$, si on a

$$\psi\left(\hat{\mathbf{p}}, \mathbf{y}(t), \ldots, \mathbf{y}^{(r)}(t)\right) = \mathbf{PD}\psi\left(\mathbf{p}, \mathbf{y}(t), \ldots, \mathbf{y}^{(r)}(t)\right),$$

▸ Détails

avec $\mathbf{D}$ une matrice diagonale et $\mathbf{P}$ une matrice de permutation.

[1] L. Tong and R. Liu and V. Soon and Y.F. Huang. Indeterminacy and Identifiability of Blind Identification. IEEE Trans. on Circuits and Systems. 1991

Séparation de sources

Définition : Relation de conservation de la forme d'onde[1]

Pour $\mathbf{y}$ fixé, $\mathbf{p}$ et $\hat{\mathbf{p}}$ vérifient la relation de conservation de la forme d'onde, notée $\mathbf{p} \sim \hat{\mathbf{p}}$, si on a

$$\psi\left(\hat{\mathbf{p}}, \mathbf{y}(t), \ldots, \mathbf{y}^{(r)}(t)\right) = \mathbf{PD}\psi\left(\mathbf{p}, \mathbf{y}(t), \ldots, \mathbf{y}^{(r)}(t)\right),$$

Détails

avec $\mathbf{D}$ une matrice diagonale et $\mathbf{P}$ une matrice de permutation.

Objectif :

Pour $\mathbf{u} = \psi\left(\mathbf{p}, \mathbf{y}(t), \ldots, \mathbf{y}^{(r)}(t)\right) \in \mathbb{M}_{I_s}$ fixé, estimer $\hat{\mathbf{p}}$ tel que

$$\hat{\mathbf{p}} \sim \mathbf{p}.$$

[1] L. Tong and R. Liu and V. Soon and Y.F. Huang. Indeterminacy and Identifiability of Blind Identification. IEEE Trans. on Circuits and Systems. 1991

Définition : Séparabilité [2]

Pour $\mathbf{y}$ fixé, un système

$$\mathbf{u} = \psi\left(\mathbf{p}, \mathbf{y}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)}\right)$$

est (structurellement) séparable selon un modèle d'entrée $\mathbb{M}$ si, pour presque tout $\mathbf{p}$,

$$\begin{cases} \psi\left(\mathbf{p}, \mathbf{y}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)}\right) \in \mathbb{M} \\ \psi\left(\hat{\mathbf{p}}, \mathbf{y}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)}\right) \in \mathbb{M} \end{cases} \Longrightarrow \hat{\mathbf{p}} \sim \mathbf{p}.$$

Détails

[2] E. Walter and L. Pronzato. Identification of parametric models from experimental data. 1997

Le mélange linéaire inversible

Le mélange linéaire inversible

Considérons le système inversible linéaire

$$\begin{aligned}\mathbf{u} &= \psi(\mathbf{p}, \mathbf{y}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)}) \\ &= \sum_{k=0}^{r} \mathbf{A}_k \mathbf{y}^{(k)},\end{aligned}$$

où le vecteur d'entrées $\mathbf{u} \in \mathbb{M}_{l_s}$,

le vecteur des paramètres $\mathbf{p} = (\{a_{k_ij}\})$ est inconnu,

les sorties et leurs dérivées sont connues.

Le mélange linéaire inversible

Equations d'estimation

Les équations d'estimation sont $\forall k \in \mathbb{N}, \forall \tau \in \mathbb{R}$,

$$\mathbf{J}\left(\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{uu}}^{(k)}(\tau)\right) = \mathbf{0},$$

Le mélange linéaire inversible

Equations d'estimation

Les équations d'estimation sont $\forall k \in \mathbb{N}, \forall \tau \in \mathbb{R}$,

$$\mathbf{J}\left(\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{uu}}^{(k)}(\tau)\right) = \mathbf{0},$$

qui s'écrivent

$$\mathbf{J}\left(\sum_{i,j=0}^{r} (-1)^{j}\, \mathbf{A}_i \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{yy}}^{(k+i+j)}(\tau)\, \mathbf{A}_j^{T}\right) = \mathbf{0}.$$

▸ Détails

Le mélange linéaire inversible

Equations d'estimation

Les équations d'estimation sont $\forall k \in \mathbb{N}, \forall \tau \in \mathbb{R}$,

$$\mathbf{J}\left(\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{uu}}^{(k)}(\tau)\right) = \mathbf{0},$$

qui s'écrivent

$$\mathbf{J}\left(\sum_{i,j=0}^{r}(-1)^{j}\,\mathbf{A}_i\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{yy}}^{(k+i+j)}(\tau)\,\mathbf{A}_j^{T}\right) = \mathbf{0}.$$

▸ Détails

Cas non stationnaire

$$\mathbf{J}\left(\sum_{i,j=0}^{r}(-1)^{j}\,\hat{\mathbf{A}}_i\overline{\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{yy}}^{(k+i+j)}(\tau)}\hat{\mathbf{A}}_j^{T}\right) = \mathbf{0}.$$

Bilan

- Extension des travaux de Cavassilas [3] au cas des systèmes inversibles.

[3] J.-F. Cavassilas and B. Xerri and G. Chabriel. Séparation autodidacte de sources temporellement corrélées. GRETSI. 1997

Bilan

- Extension des travaux de Cavassilas [3] au cas des systèmes inversibles.
- Cette méthodologie semble s'étendre aux systèmes inversibles non linéaires.

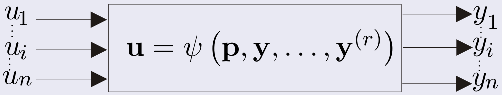
[3] J.-F. Cavassilas and B. Xerri and G. Chabriel. Séparation autodidacte de sources temporellement corrélées. GRETSI. 1997

Plan de l'exposé

1. L'indépendance statistique
2. Séparation de sources pour des mélanges inversibles
   - Problématique
   - La séparabilité
   - Méthodologie de résolution pour le mélange linéaire inversible
   - Bilan
3. Estimation de paramètres en aveugle
   - Problématique
   - Identifiabilité en aveugle
   - Méthodologie de résolution
   - Bilan
4. Conclusion et perspectives

Estimation de paramètres en aveugle

Considérons le système inversible paramétré



où

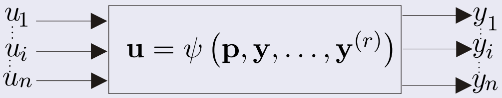
un modèle d'entrée $\mathbb{M}$ est connu pour l'entrée $\mathbf{u}$,

le vecteur de sorties $\mathbf{y}$ et ses dérivées $\mathbf{y}^{(i)}$ sont connus,

la fonction ψ est connue,

le vecteur des paramètres $\mathbf{p}$ est inconnu.

Considérons le système inversible paramétré



où

un modèle d'entrée $\mathbb{M}$ est connu pour l'entrée **u**,

le vecteur de sorties **y** et ses dérivées $\mathbf{y}^{(i)}$ sont connus,

la fonction ψ est connue,

le vecteur des paramètres **p** est inconnu.

Objectif

Retrouver les paramètres **p**.

Définition : Système inversible identifiable en aveugle [4]

Pour $\mathbf{y}$ fixé, le système

$$\mathbf{u} = \psi\left(\mathbf{p}, \mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)}\right)$$

est (structurellement globalement) identifiable en aveugle selon le modèle d'entrée $\mathbb{M}$ si, pour presque tout $\mathbf{p}$,

$$\left\{\begin{array}{l}\psi\left(\mathbf{p}, \mathbf{y}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)}\right) \in \mathbb{M} \\ \psi\left(\hat{\mathbf{p}}, \mathbf{y}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)}\right) \in \mathbb{M}\end{array}\right. \Longrightarrow \hat{\mathbf{p}} = \mathbf{p}.$$

Détails

[4] E. Walter and L. Pronzato. Identification of parametric models from experimental data. 1997

Condition d'identifiabilité en aveugle selon le modèle M_{l_s}

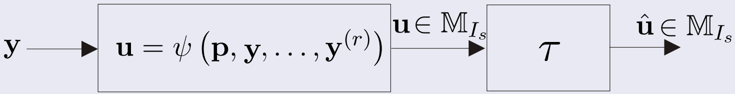
Condition d'identifiabilité en aveugle selon le modèle M_{I_s}

Remarque :

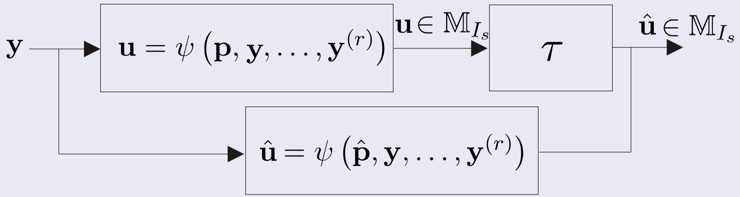
$$\mathbf{y} \longrightarrow \boxed{\mathbf{u} = \psi\left(\mathbf{p}, \mathbf{y}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)}\right)} \xrightarrow{\mathbf{u} \in \mathbb{M}_{I_s}}$$

Condition d'identifiabilité en aveugle selon le modèle M_{I_s}

Remarque :

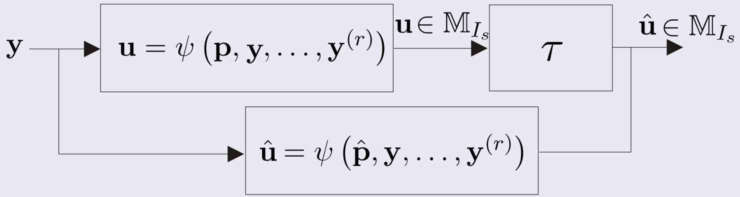


Remarque :


$\mathbf{y}$
$\mathbf{u} = \psi\left(\mathbf{p}, \mathbf{y}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)}\right)$
$\mathbf{u} \in \mathbb{M}_{I_s}$
$\mathcal{T}$
$\hat{\mathbf{u}} \in \mathbb{M}_{I_s}$
$\hat{\mathbf{u}} = \psi\left(\hat{\mathbf{p}}, \mathbf{y}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)}\right)$

Condition d'identifiabilité en aveugle selon le modèle M_{I_s}

Remarque :

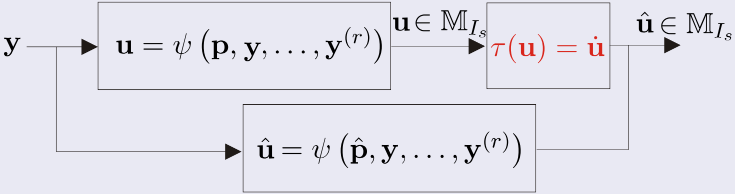


c'est-à-dire

$$\psi\left(\hat{\mathbf{p}}, \mathbf{y}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)}\right) = \tau(\psi\left(\mathbf{p}, \mathbf{y}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)}\right)).$$

Condition d'identifiabilité en aveugle selon le modèle M_{I_s}

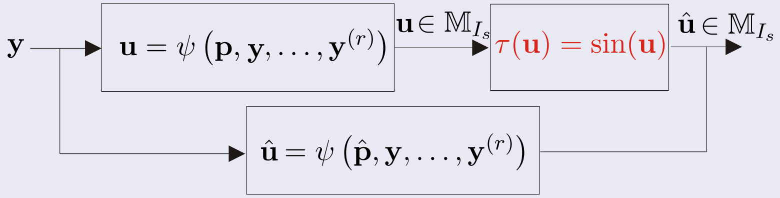
Remarque :



c'est-à-dire

$$\psi\left(\hat{\mathbf{p}}, \mathbf{y}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)}\right) = \dot{\psi}\left(\mathbf{p}, \mathbf{y}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)}\right).$$

Remarque :



c'est-à-dire

$$\psi\left(\hat{\mathbf{p}}, \mathbf{y}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)}\right) = \sin\left(\psi\left(\mathbf{p}, \mathbf{y}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)}\right)\right).$$

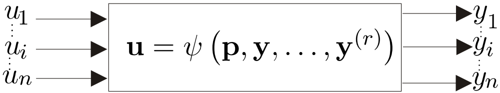
Conjecture : Condition d'identifiabilité en aveugle selon $\mathbb{M}_{I_s}$

Pour $\mathbf{y}$ fixé, le système $\mathbf{u} = \psi\left(\mathbf{p}, \mathbf{y}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)}\right)$ est identifiable en aveugle selon le modèle d'entrées indépendantes $(\mathbb{M}_{I_s})$ "si et seulement si", pour presque tout $\mathbf{p}$,

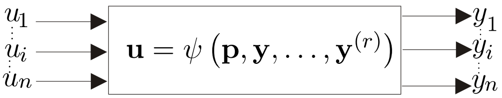
$$\mathbf{PD}\psi\left(\mathbf{p}, \mathbf{y}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)}\right) + \mathbf{c} = \psi\left(\hat{\mathbf{p}}, \mathbf{y}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)}\right) \implies \hat{\mathbf{p}} = \mathbf{p}.$$

avec $\mathbf{P}$ une matrice de permutation, $\mathbf{D}$ une matrice diagonale et $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^n$.

Estimation de paramètres en aveugle



Estimation de paramètres en aveugle

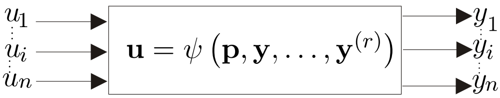


avec

$\mathbf{u} \in \mathbb{M}$ et $\mathbf{p}$ inconnus.

$\mathbf{y}^{(i)}, \forall i \in \mathbb{N}$, connus.

Estimation de paramètres en aveugle



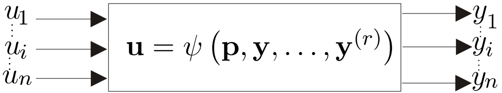
avec

$\mathbf{u} \in \mathbb{M}$ et $\mathbf{p}$ inconnus.

$\mathbf{y}^{(i)}, \forall i \in \mathbb{N}$, connus.

Equations d'estimation

$$\begin{array}{c}\text{Hypothèses du} \\ \text{modèle d'entrées} \\ \mathbf{u} \in \mathbb{M}\end{array} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{h}(\mathbf{u}) = \mathbf{0}$$



avec

$\mathbf{u} \in \mathbb{M}$ et $\mathbf{p}$ inconnus.

$\mathbf{y}^{(i)}, \forall i \in \mathbb{N}$, connus.

Equations d'estimation

Hypothèses du modèle d'entrées $\mathbf{u} \in \mathbb{M}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{h}(\mathbf{u}) = \mathbf{0}$

Formalisme pour l'estimation de paramètres en aveugle

Soit $\mathbf{u} = \psi(\mathbf{p}, \mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)})$ un système inversible paramétré, déterminer l'ensemble

$$\mathbb{P} = \{\mathbf{p} \mid \mathbf{h}(\psi(\mathbf{p}, \mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)})) = \mathbf{0}\}.$$

Exemple 1

Système non identifiable en aveugle

On considère le système inversible suivant :

$$\begin{cases} u_1 = & p_1 y_1 + p_2 y_2 \\ u_2 = & p_2 y_1 + p_1 y_2 \end{cases}$$

avec

Exemple 1

Système non identifiable en aveugle

On considère le système inversible suivant :

$$\begin{cases} u_1 = & p_1 y_1 + p_2 y_2 \\ u_2 = & p_2 y_1 + p_1 y_2 \end{cases}$$

avec

- $\mathbf{u} \in \mathbb{M}_{I_s}$ inconnu.
- $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^2$ inconnu.
- $\mathbf{y}^{(i)}, \forall i \in \mathbb{N}$ connus.

Exemple 1

Système non identifiable en aveugle

On considère le système inversible suivant :

$$\begin{cases} u_1 = & p_1 y_1 + p_2 y_2 \\ u_2 = & p_2 y_1 + p_1 y_2 \end{cases}$$

avec

- $\mathbf{u} \in \mathbb{M}_{I_s}$ inconnu.
- $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^2$ inconnu.
- $\mathbf{y}^{(i)}, \forall i \in \mathbb{N}$ connus.

Equations d'estimation pour l'indépendance

$$\begin{pmatrix} \Gamma_{u_1 u_2}(0) \\ \ddot{\Gamma}_{u_1 u_2}(0) \end{pmatrix} = \mathbf{0} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} E(u_1 u_2) - E(u_1)E(u_2) \\ E(\dot{u}_1 \dot{u}_2) \end{pmatrix} = \mathbf{0}$$

Exemple 1

Caractérisation de $\mathbb{P} = \{(p_1, p_2) \in \mathbb{R}^2 | \mathbf{h}(\mathbf{u}) = \mathbf{0}\}$

$$\begin{cases} E(u_1 u_2) - E(u_1)E(u_2) & = 0 \\ E(\dot{u}_1 \dot{u}_2) & = 0 \end{cases}$$

Exemple 1

Caractérisation de $\mathbb{P} = \{(p_1, p_2) \in \mathbb{R}^2 | \mathbf{h}(\mathbf{u}) = \mathbf{0}\}$

$$\left\{ \begin{array}{cc} E(u_1 u_2) - E(u_1)E(u_2) & = 0 \\ E(\dot{u}_1 \dot{u}_2) & = 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{cc} \overline{u_1 u_2} - \overline{u_1}\ \overline{u_2} & = 0 \\ \overline{\dot{u}_1 \dot{u}_2} & = 0 \end{array} \right.$$

Exemple 1

Caractérisation de $\mathbb{P} = \{(p_1, p_2) \in \mathbb{R}^2 | \mathbf{h}(\mathbf{u}) = \mathbf{0}\}$

$$\left\{ \begin{array}{cc} E(u_1 u_2) - E(u_1)E(u_2) & = 0 \\ E(\dot{u}_1 \dot{u}_2) & = 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{cc} \overline{u_1 u_2} - \overline{u_1}\ \overline{u_2} & = 0 \\ \overline{\dot{u}_1 \dot{u}_2} & = 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{cc} p_1 p_2 \overline{y_1^2} + (p_1^2 + p_2^2)\overline{y_1 y_2} + p_1 p_2 \overline{y_2^2} & = 0 \\ p_1 p_2 \overline{\dot{y}_1^2} + (p_1^2 + p_2^2)\overline{\dot{y}_1 \dot{y}_2} + p_1 p_2 \overline{\dot{y}_2^2} & = 0 \end{array} \right.$$

Exemple 1

Caractérisation de $\mathbb{P} = \{(p_1, p_2) \in \mathbb{R}^2 | \mathbf{h}(\mathbf{u}) = \mathbf{0}\}$

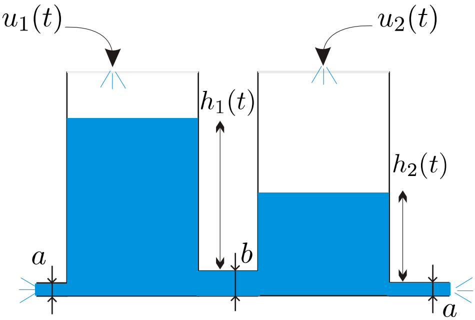
$$\left\{\begin{array}{ll} E(u_1 u_2) - E(u_1)E(u_2) & = 0 \\ E(\dot{u}_1 \dot{u}_2) & = 0 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{ll} \overline{u_1 u_2} - \overline{u_1}\ \overline{u_2} & = 0 \\ \overline{\dot{u}_1 \dot{u}_2} & = 0 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{ll} p_1 p_2 \overline{y_1^2} + (p_1^2 + p_2^2)\overline{y_1 y_2} + p_1 p_2 \overline{y_2^2} & = 0 \\ p_1 p_2 \overline{\dot{y}_1^2} + (p_1^2 + p_2^2)\overline{\dot{y}_1 \dot{y}_2} + p_1 p_2 \overline{\dot{y}_2^2} & = 0 \end{array}\right.$$

Analyse par intervalles : SIVIA

Exemple 2 : Bacs d'eau



Système d'équations

Le système des bacs d'eau est régi par les équations d'état suivantes :

$$\begin{pmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a\sqrt{2gh_1} - b\ sign(h_1 - h_2)\sqrt{2g\,|h_1 - h_2|} \\ -a\sqrt{2gh_2} + b\ sign(h_1 - h_2)\sqrt{2g\,|h_1 - h_2|} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

Exemple 2 : Bacs d'eau

Expression de la fonction ψ

Le système des bacs d'eau est un système inversible non linéaire.

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{y}_1 + a\sqrt{2gy_1} + b\ sign(y_1 - y_2)\sqrt{2g\,|y_1 - y_2|} \\ \dot{y}_2 + a\sqrt{2gy_2} - b\ sign(y_1 - y_2)\sqrt{2g\,|y_1 - y_2|} \end{pmatrix}$$

- Le vecteur d'entrées $\mathbf{u} \in \mathbb{M}_{I_s}$,
- les sections a, b sont inconnues,
- le vecteur de sorties $\mathbf{y}$ et ses dérivées $\mathbf{y}^{(i)}$ sont connus.

Exemple 2 : Bacs d'eau

Caractérisation de $\mathbb{P} = \{(a, b) \in \mathbb{R}^2 | \mathbf{h}(\mathbf{u}) = \mathbf{0}\}$

$$\left\{ \begin{array}{cl} E(u_1 u_2) - E(u_1)E(u_2) & = 0 \\ E(\dot{u}_1 u_2) & = 0 \end{array} \right.$$

Exemple 2 : Bacs d'eau

Caractérisation de $\mathbb{P} = \{(a, b) \in \mathbb{R}^2 | \mathbf{h}(\mathbf{u}) = \mathbf{0}\}$

$$\begin{cases} E(u_1 u_2) - E(u_1)E(u_2) & = 0 \\ E(\dot{u}_1 u_2) & = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \overline{u_1 u_2} - \overline{u_1}\ \overline{u_2} & = 0 \\ \overline{\dot{u}_1 u_2} & = 0 \end{cases}$$

Exemple 2 : Bacs d'eau

Caractérisation de $\mathbb{P} = \{(a, b) \in \mathbb{R}^2 | \mathbf{h}(\mathbf{u}) = \mathbf{0}\}$

$$\begin{cases} E(u_1 u_2) - E(u_1)E(u_2) & = 0 \\ E(\dot{u}_1 u_2) & = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \overline{u_1 u_2} - \overline{u_1}\ \overline{u_2} & = 0 \\ \overline{\dot{u}_1 u_2} & = 0 \end{cases}$$

avec $u_1 = \dot{y}_1 + a\sqrt{2gy_1} + b\ sign(y_1 - y_2)\sqrt{2g\,|y_1 - y_2|}$,
$u_2 = \dot{y}_2 + a\sqrt{2gy_2} - b\ sign(y_1 - y_2)\sqrt{2g\,|y_1 - y_2|}$.

Exemple 2 : Bacs d'eau

Caractérisation de $\mathbb{P} = \{(a,b) \in \mathbb{R}^2 | \mathbf{h}(\mathbf{u}) = \mathbf{0}\}$

$$\begin{cases} E(u_1 u_2) - E(u_1)E(u_2) & = 0 \\ E(\dot{u}_1 u_2) & = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \overline{u_1 u_2} - \overline{u_1}\ \overline{u_2} & = 0 \\ \overline{\dot{u}_1 u_2} & = 0 \end{cases}$$

avec $u_1 = \dot{y}_1 + a\sqrt{2gy_1} + b\ sign(y_1 - y_2)\sqrt{2g\,|y_1 - y_2|}$,
$u_2 = \dot{y}_2 + a\sqrt{2gy_2} - b\ sign(y_1 - y_2)\sqrt{2g\,|y_1 - y_2|}$.

SIVIA

Conclusion

Séparation aveugle de sources

- Séparation de sources pour des mélanges inversibles linéaires en utilisant des équations d'estimation basées sur les dérivées successives de la matrice d'autocorrélation des sorties.

Estimation de paramètres en aveugle

Séparation aveugle de sources

- Séparation de sources pour des mélanges inversibles linéaires en utilisant des équations d'estimation basées sur les dérivées successives de la matrice d'autocorrélation des sorties.
- Notion de séparabilité.

Estimation de paramètres en aveugle

Conclusion

Séparation aveugle de sources

- Séparation de sources pour des mélanges inversibles linéaires en utilisant des équations d'estimation basées sur les dérivées successives de la matrice d'autocorrélation des sorties.
- Notion de séparabilité.

Estimation de paramètres en aveugle

- Méthodologie de résolution inspirée de la séparation de sources.

Conclusion

Séparation aveugle de sources

- Séparation de sources pour des mélanges inversibles linéaires en utilisant des équations d'estimation basées sur les dérivées successives de la matrice d'autocorrélation des sorties.
- Notion de séparabilité.

Estimation de paramètres en aveugle

- Méthodologie de résolution inspirée de la séparation de sources.
- Notion d'identifiabilité en aveugle.

Conclusion

Séparation aveugle de sources

- Séparation de sources pour des mélanges inversibles linéaires en utilisant des équations d'estimation basées sur les dérivées successives de la matrice d'autocorrélation des sorties.
- Notion de séparabilité.

Estimation de paramètres en aveugle

- Méthodologie de résolution inspirée de la séparation de sources.
- Notion d'identifiabilité en aveugle.
- Modèle d'entrées indépendantes et gaussiennes.

Conclusion

Séparation aveugle de sources

- Séparation de sources pour des mélanges inversibles linéaires en utilisant des équations d'estimation basées sur les dérivées successives de la matrice d'autocorrélation des sorties.
- Notion de séparabilité.

Estimation de paramètres en aveugle

- Méthodologie de résolution inspirée de la séparation de sources.
- Notion d'identifiabilité en aveugle.
- Modèle d'entrées indépendantes et gaussiennes.

Nous avons utilisé des techniques d'analyse par intervalles.

Perspectives

- Extension au système inverse non linéaire.

Perspectives

- Extension au système inversible non linéaire.
- Quels sont les liens avec les systèmes convolutifs ?

Perspectives

- Extension au système inversible non linéaire.
- Quels sont les liens avec les systèmes convolutifs ?
- Conditions d'identifiabilité en aveugle à démontrer.

Perspectives

- Extension au système inversible non linéaire.
- Quels sont les liens avec les systèmes convolutifs ?
- Conditions d'identifiabilité en aveugle à démontrer.
- Étude de robustesse.

Perspectives

- Extension au système inversible non linéaire.
- Quels sont les liens avec les systèmes convolutifs ?
- Conditions d'identifiabilité en aveugle à démontrer.
- Étude de robustesse.
- A quelle condition sur les entrées, les équations d'estimation considérées conduisent à une solution ?

Définition : Système inversible

Un système inversible de degré relatif r s'écrit

$$\mathbf{u} = \psi(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)})$$

où $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$, $\mathbf{y}^{(i)} \in \mathbb{R}^m$ est la dérivée i-ième de $\mathbf{y}$ et ψ est une fonction analytique de $(\mathbb{R}^m)^{r+1}$ dans $\mathbb{R}^m$.

Système inversible

Définition : Système inversible

Un système inversible de degré relatif r s'écrit

$$\mathbf{u} = \psi(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)})$$

où $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$, $\mathbf{y}^{(i)} \in \mathbb{R}^m$ est la dérivée i-ième de $\mathbf{y}$ et ψ est une fonction analytique de $(\mathbb{R}^m)^{r+1}$ dans $\mathbb{R}^m$.

Exemples de Systèmes Inversibles

Système inversible

Définition : Système inversible

Un système inversible de degré relatif r s'écrit

$$\mathbf{u} = \psi(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)})$$

où $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$, $\mathbf{y}^{(i)} \in \mathbb{R}^m$ est la dérivée i-ième de $\mathbf{y}$ et ψ est une fonction analytique de $(\mathbb{R}^m)^{r+1}$ dans $\mathbb{R}^m$.

Exemples de Systèmes Inversibles

- Tous les systèmes plats sont des systèmes inversibles.

Système inversible

Définition : Système inversible

Un système inversible de degré relatif r s'écrit

$$\mathbf{u} = \psi(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)})$$

où $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$, $\mathbf{y}^{(i)} \in \mathbb{R}^m$ est la dérivée i-ième de $\mathbf{y}$ et ψ est une fonction analytique de $(\mathbb{R}^m)^{r+1}$ dans $\mathbb{R}^m$.

Exemples de Systèmes Inversibles

- Tous les systèmes plats sont des systèmes inversibles.
- Voiture, bateau, grue, PVTOL, ...

Définition : Indépendance au sens de Papoulis

Deux signaux aléatoires $u_1(.)$ et $u_2(.)$ sont indépendants si $\forall t_i \in \mathbb{R}, i \in \{1, \ldots, N\} \subset \mathbb{N}$, les vecteurs aléatoires $(u_1(t_1) \ldots u_1(t_p))$ et $(u_2(t_{p+1}) \ldots u_2(t_N))$ sont indépendants.

Définition : Indépendance au sens de Papoulis

Deux signaux aléatoires $u_1(.)$ et $u_2(.)$ sont indépendants si $\forall t_i \in \mathbb{R}, i \in \{1, \ldots, N\} \subset \mathbb{N}$, les vecteurs aléatoires $(u_1(t_1) \ldots u_1(t_p))$ et $(u_2(t_{p+1}) \ldots u_2(t_N))$ sont indépendants.

Exemple

Soient $u_1,\ u_2,\ u_3$ trois signaux aléatoires :

$$I_s(u_1, u_2),\ I_s(u_2, u_3),\ I_s(u_1, u_3) \nRightarrow I_s(u_1, u_2, u_3).$$

Identifiabilité

Définition : Système structurellement identifiable

Le système paramétré $M(.)$ est dit *structurellement globalement identifiable* si, pour presque tout $\mathbf{p}$,

$$M(\mathbf{p}) = M(\hat{\mathbf{p}}) \implies \hat{\mathbf{p}} = \mathbf{p}.$$

Exemple sup.

Système non identifiable en aveugle

On considère le système inversible suivant :

$$\left\{ \begin{array}{ll} u_1 = & \frac{1}{p_1}\dot{y}_1 + \frac{p_1}{p_2}\cos(y_2) \\ u_2 = & \dot{y}_2 + p_2^2 \sin(y_1) \end{array} \right.$$

avec

Exemple sup.

Système non identifiable en aveugle

On considère le système inversible suivant :

$$\left\{ \begin{array}{rl} u_1 = & \frac{1}{p_1}\dot{y}_1 + \frac{p_1}{p_2}\cos(y_2) \\ u_2 = & \dot{y}_2 + p_2^2 \sin(y_1) \end{array} \right.$$

avec

- $\mathbf{u} \in \mathbb{M}_{I_s}$ inconnu.
- $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^2$ inconnu.
- $\mathbf{y}^{(i)}, \forall i \in \mathbb{N}$ connus.

Exemple sup.

Système non identifiable en aveugle

On considère le système inversible suivant :

$$\left\{ \begin{array}{rl} u_1 = & \frac{1}{p_1}\dot{y}_1 + \frac{p_1}{p_2}\cos(y_2) \\ u_2 = & \dot{y}_2 + p_2^2 \sin(y_1) \end{array} \right.$$

avec

- $\mathbf{u} \in \mathbb{M}_{I_s}$ inconnu.
- $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^2$ inconnu.
- $\mathbf{y}^{(i)}, \forall i \in \mathbb{N}$ connus.

Equations d'estimation pour l'indépendance

$$\begin{pmatrix} \Gamma_{u_1 u_2}(0) \\ \dot{\Gamma}_{u_1 u_2}(0) \end{pmatrix} = \mathbf{0} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} E(u_1 u_2) - E(u_1)E(u_2) \\ E(\dot{u}_1 u_2) \end{pmatrix} = \mathbf{0}$$

Exemple sup.

Caractérisation de $\mathbb{P} = \{(p_1, p_2) \in \mathbb{R}^2 | \mathbf{h}(\mathbf{u}) = \mathbf{0}\}$

$$\left\{ \begin{array}{cc} E(u_1 u_2) - E(u_1)E(u_2) & = 0 \\ E(\dot{u}_1 u_2) & = 0 \end{array} \right.$$

Exemple sup.

Caractérisation de $\mathbb{P} = \{(p_1, p_2) \in \mathbb{R}^2 | \mathbf{h}(\mathbf{u}) = \mathbf{0}\}$

$$\left\{ \begin{array}{cc} E(u_1 u_2) - E(u_1)E(u_2) & = 0 \\ E(\dot{u}_1 u_2) & = 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{cc} \overline{u_1 u_2} - \overline{u_1}\ \overline{u_2} & = 0 \\ \overline{\dot{u}_1 u_2} & = 0 \end{array} \right.$$

Exemple sup.

Caractérisation de $\mathbb{P} = \{(p_1, p_2) \in \mathbb{R}^2 | \mathbf{h}(\mathbf{u}) = \mathbf{0}\}$

$$\begin{cases} E(u_1 u_2) - E(u_1)E(u_2) & = 0 \\ E(\dot{u}_1 u_2) & = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \overline{u_1 u_2} - \overline{u_1}\ \overline{u_2} & = 0 \\ \overline{\dot{u}_1 u_2} & = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{p_1}\overline{\dot{y}_1\dot{y}_2} + \frac{p_2^2}{p_1}\overline{\dot{y}_1 s_1} + \frac{p_1}{p_2}\overline{c_2\dot{y}_2} + p_1 p_2\overline{c_2 s_1} & \\ \quad -(\frac{1}{p_1}\overline{\dot{y}_1} + \frac{p_1}{p_2}\overline{c_2})(\overline{\dot{y}_2} + p_1^2 p_2\overline{\sin y_1}) & = 0 \\ \frac{1}{p_1}\overline{\ddot{y}_1\dot{y}_2} + \frac{p_2^2}{p_1}\overline{\ddot{y}_1\dot{y}_1 c_1} - \frac{p_1}{p_2}\overline{\dot{y}_2 s_2\dot{y}_2} - p_1 p_2\overline{\dot{y}_2 s_2 s_1} & = 0 \end{cases}$$

avec $c_i = \cos y_i$ et $s_i = \sin y_i$.

Exemple sup.

Caractérisation de $\mathbb{P} = \{(p_1, p_2) \in \mathbb{R}^2 | \mathbf{h}(\mathbf{u}) = \mathbf{0}\}$

$$\left\{ \begin{array}{ll} E(u_1 u_2) - E(u_1)E(u_2) & = 0 \\ E(\dot{u}_1 u_2) & = 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \overline{u_1 u_2} - \overline{u_1}\ \overline{u_2} & = 0 \\ \overline{\dot{u}_1 u_2} & = 0 \end{array} \right.$$

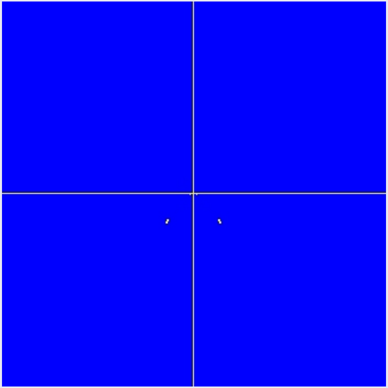
$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{1}{p_1}\overline{\dot{y}_1\dot{y}_2} + \frac{p_2^2}{p_1}\overline{\dot{y}_1 s_1} + \frac{p_1}{p_2}\overline{c_2\dot{y}_2} + p_1 p_2\overline{c_2 s_1} & \\ \quad -(\frac{1}{p_1}\overline{\dot{y}_1} + \frac{p_1}{p_2}\overline{c_2})(\overline{\dot{y}_2} + p_1^2 p_2\overline{\sin y_1}) & = 0 \\ \frac{1}{p_1}\overline{\ddot{y}_1\dot{y}_2} + \frac{p_2^2}{p_1}\overline{\ddot{y}_1\dot{y}_1 c_1} - \frac{p_1}{p_2}\overline{\dot{y}_2 s_2\dot{y}_2} - p_1 p_2\overline{\dot{y}_2 s_2 s_1} & = 0 \end{array} \right.$$

avec $c_i = \cos y_i$ et $s_i = \sin y_i$.

Analyse par intervalles : SIVIA

Exemple sup.

Solutions



Paramétrisation pour ψ

2 approches possibles :

Retour

Paramétrisation pour ψ

2 approches possibles :

Lois de la physique

$$\mathbf{u} = \psi(\mathbf{p}, \mathbf{y}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)})$$

Retour

Paramétrisation pour ψ

2 approches possibles :

Lois de la physique
$$\mathbf{u} = \psi(\mathbf{p}, \mathbf{y}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)})$$

Développement de Taylor

Par exemple :
$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}y_1 + a_{12}y_2 + b_{11}y_1^2 + b_{12}y_1y_2 + b_{13}y_2^2 \\ a_{21}y_1 + a_{22}y_2 + b_{21}y_1^2 + b_{22}y_1y_2 + b_{23}y_2^2 \end{pmatrix}$$

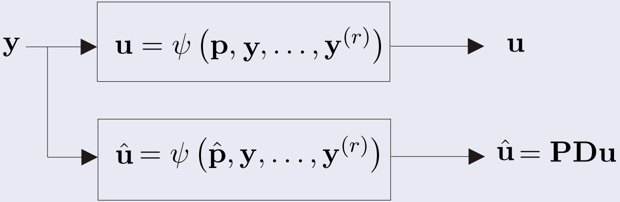
Retour

Relation de conservation de la forme d'onde

$$\mathbf{y} \longrightarrow \boxed{\mathbf{u} = \psi\left(\mathbf{p}, \mathbf{y}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)}\right)} \longrightarrow \mathbf{u}$$

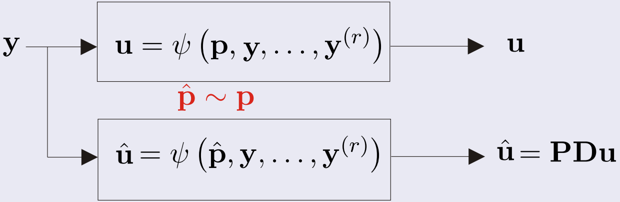
Retour

Relation de conservation de la forme d'onde



Retour

Relation de conservation de la forme d'onde



Retour

Système inversible séparable selon $\mathbb{M}$

$$\mathbf{y} \longrightarrow \boxed{\mathbf{u} = \psi\left(\mathbf{p}, \mathbf{y}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)}\right)} \longrightarrow \mathbf{u} \in \mathbb{M}$$

Retour

Système inversible séparable selon $\mathbb{M}$

$$\mathbf{y} \longrightarrow \boxed{\mathbf{u} = \psi\left(\mathbf{p}, \mathbf{y}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)}\right)} \longrightarrow \mathbf{u} \in \mathbb{M}$$

$$\mathbf{y} \longrightarrow \boxed{\hat{\mathbf{u}} = \psi\left(\hat{\mathbf{p}}, \mathbf{y}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)}\right)} \longrightarrow \hat{\mathbf{u}} \in \mathbb{M}$$

Retour

Système inversible séparable selon $\mathbb{M}$

$$\mathbf{y} \longrightarrow \boxed{\mathbf{u} = \psi\left(\mathbf{p}, \mathbf{y}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)}\right)} \longrightarrow \mathbf{u} \in \mathbb{M}$$

$$\hat{\mathbf{p}} \sim \mathbf{p}$$

$$\mathbf{y} \longrightarrow \boxed{\hat{\mathbf{u}} = \psi\left(\hat{\mathbf{p}}, \mathbf{y}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)}\right)} \longrightarrow \hat{\mathbf{u}} \in \mathbb{M}$$

Retour

Système inversible séparable selon $\mathbb{M}$

$$\mathbf{y} \longrightarrow \boxed{\mathbf{u} = \psi\left(\mathbf{p}, \mathbf{y}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)}\right)} \longrightarrow \mathbf{u} \in \mathbb{M}$$

$$\hat{\mathbf{p}} \sim \mathbf{p}$$

$$\mathbf{y} \longrightarrow \boxed{\hat{\mathbf{u}} = \psi\left(\hat{\mathbf{p}}, \mathbf{y}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)}\right)} \longrightarrow \hat{\mathbf{u}} = \mathbf{PDu} \in \mathbb{M}$$

◂ Retour

Système inversible identifiable en aveugle selon $\mathbb{M}$

$$\mathbf{y} \longrightarrow \boxed{\mathbf{u} = \psi\left(\mathbf{p}, \mathbf{y}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)}\right)} \longrightarrow \mathbf{u} \in \mathbb{M}$$

Retour

Système inversible identifiable en aveugle selon $\mathbb{M}$

$$\mathbf{y} \longrightarrow \boxed{\mathbf{u} = \psi\left(\mathbf{p}, \mathbf{y}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)}\right)} \longrightarrow \mathbf{u} \in \mathbb{M}$$

$$\mathbf{y} \longrightarrow \boxed{\hat{\mathbf{u}} = \psi\left(\hat{\mathbf{p}}, \mathbf{y}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)}\right)} \longrightarrow \hat{\mathbf{u}} \in \mathbb{M}$$

Retour

Système inversible identifiable en aveugle selon $\mathbb{M}$

$$\mathbf{y} \longrightarrow \boxed{\mathbf{u} = \psi\left(\mathbf{p}, \mathbf{y}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)}\right)} \longrightarrow \mathbf{u} \in \mathbb{M}$$

$$\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{p}$$

$$\mathbf{y} \longrightarrow \boxed{\hat{\mathbf{u}} = \psi\left(\hat{\mathbf{p}}, \mathbf{y}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)}\right)} \longrightarrow \hat{\mathbf{u}} \in \mathbb{M}$$

Retour

Système inversible identifiable en aveugle selon $\mathbb{M}$

$$\mathbf{y} \longrightarrow \boxed{\mathbf{u} = \psi\left(\mathbf{p}, \mathbf{y}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)}\right)} \longrightarrow \mathbf{u} \in \mathbb{M}$$

$$\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{p}$$

$$\mathbf{y} \longrightarrow \boxed{\hat{\mathbf{u}} = \psi\left(\hat{\mathbf{p}}, \mathbf{y}, \ldots, \mathbf{y}^{(r)}\right)} \longrightarrow \hat{\mathbf{u}} = \mathbf{u} \in \mathbb{M}$$

Retour

Dérivation de signaux aléatoires[5]

Soit $\mathbf{u} \in \mathcal{S}$, on a $i, j \in \mathbb{N}$

$$\boldsymbol{\Gamma}_{\mathbf{u}^{(i)}\mathbf{u}^{(j)}}(\tau) = (-1)^j \boldsymbol{\Gamma}_{\mathbf{uu}}^{(i+j)}(\tau).$$

Retour

[5] A. Blanc-Lapierre and B. Picinbono. Fonctions Aléatoires. Masson. 1981

Dérivation de signaux aléatoires[5]

Soit $\mathbf{u} \in \mathcal{S}$, on a $i, j \in \mathbb{N}$

$$\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{u}^{(i)}\mathbf{u}^{(j)}}(\tau) = (-1)^j \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{uu}}^{(i+j)}(\tau).$$

Exemple

$$\mathbf{\Gamma}_{\dot{\mathbf{u}}\mathbf{u}}(\tau) = \dot{\mathbf{\Gamma}}_{\mathbf{uu}}(\tau).$$

Retour

[5] A. Blanc-Lapierre and B. Picinbono. Fonctions Aléatoires. Masson. 1981