

Méthodes ensemblistes pour la localisation en robotique mobile

Rémy GUYONNEAU

THÈSE DE DOCTORAT

LISA/LARIS - Université d'Angers

Directeur de thèse : Laurent HARDOUIN

Co-encadrant : Sébastien LAGRANGE



19 novembre 2013





Robot mobile

- Robots mobiles terrestres (UGV - Unmanned Ground Vehicle)



MiniRex¹



Pioneer

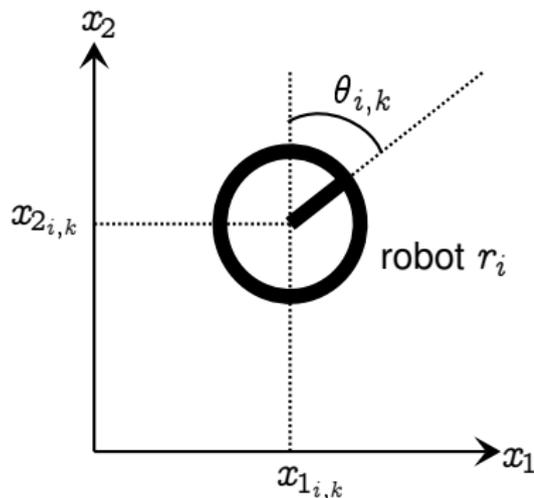


Khepera

1. **A. Bautin, P. Lucidarme, R. Guyonneau, O. Simonin, S. Lagrange, N. Delanoue, F. Charpillat.** *Cart-O-matic project : autonomous and collaborative multi-robot localization, exploration and mapping.* In In IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), 2013.

Robot mobile

- Robots mobiles terrestres (UGV - Unmanned Ground Vehicle)
- Posture d'un robot $r_i : \mathbf{q}_{i,k} = (\mathbf{x}_{i,k}, \theta_{i,k}) = (x_{1_{i,k}}, x_{2_{i,k}}, \theta_{i,k})$





Robot mobile

- Robots mobiles terrestres (UGV - Unmanned Ground Vehicle)
- Posture d'un robot $r_i : \mathbf{q}_{i,k} = (\mathbf{x}_{i,k}, \theta_{i,k}) = (x_{1_{i,k}}, x_{2_{i,k}}, \theta_{i,k})$
- Équation dynamique : $\mathbf{q}_{i,k} = f(\mathbf{q}_{i,k-1}, \mathbf{u}_{i,k-1})$
 - \mathbf{u}_{k-1} : contrôles appliqués à l'instant $k-1$

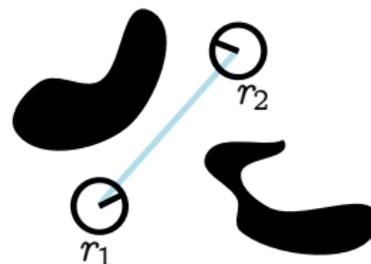


Robot mobile

- Robots mobiles terrestres (UGV - Unmanned Ground Vehicle)
- Posture d'un robot $r_i : \mathbf{q}_{i,k} = (\mathbf{x}_{i,k}, \theta_{i,k}) = (x_{1_{i,k}}, x_{2_{i,k}}, \theta_{i,k})$
- Équation dynamique : $\mathbf{q}_{i,k} = f(\mathbf{q}_{i,k-1}, \mathbf{u}_{i,k-1})$
- Mesures de l'environnement
 - Télémètre laser
 - Sonar
 - Caméra
 - ...

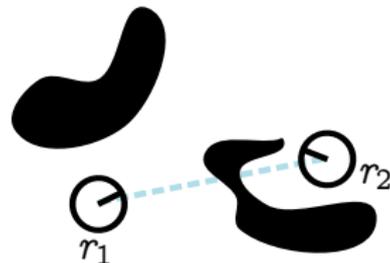
Robot mobile

- Robots mobiles terrestres (UGV - Unmanned Ground Vehicle)
- Posture d'un robot $r_i : \mathbf{q}_{i,k} = (\mathbf{x}_{i,k}, \theta_{i,k}) = (x_{1_{i,k}}, x_{2_{i,k}}, \theta_{i,k})$
- Équation dynamique : $\mathbf{q}_{i,k} = f(\mathbf{q}_{i,k-1}, \mathbf{u}_{i,k-1})$
- Mesures de l'environnement
 - Télémètre laser
 - Sonar
 - Caméra
 - ...
 - Visibilité entre les robots



Robot mobile

- Robots mobiles terrestres (UGV - Unmaned Ground Vehicle)
- Posture d'un robot r_i : $\mathbf{q}_{i,k} = (\mathbf{x}_{i,k}, \theta_{i,k}) = (x_{1_{i,k}}, x_{2_{i,k}}, \theta_{i,k})$
- Équation dynamique : $\mathbf{q}_{i,k} = f(\mathbf{q}_{i,k-1}, \mathbf{u}_{i,k-1})$
- Mesures de l'environnement
 - Télémètre laser
 - Sonar
 - Caméra
 - ...
 - Visibilité entre les robots





Environnement

- Environnement intérieur
 - Pas de GPS



LORIA



CAROTTE



ISTIA



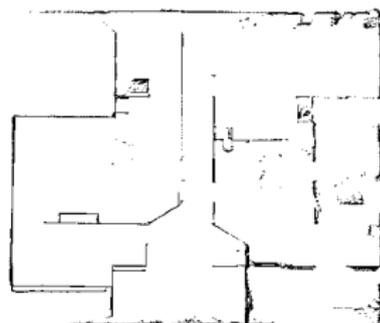
Environnement

- Environnement intérieur
- Environnement connu
 - Cartes métriques



Environnement

- Environnement intérieur
- Environnement connu
 - Cartes métriques

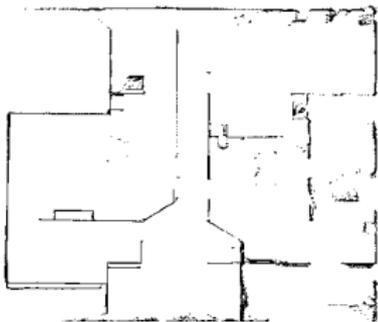


Grille d'occupation

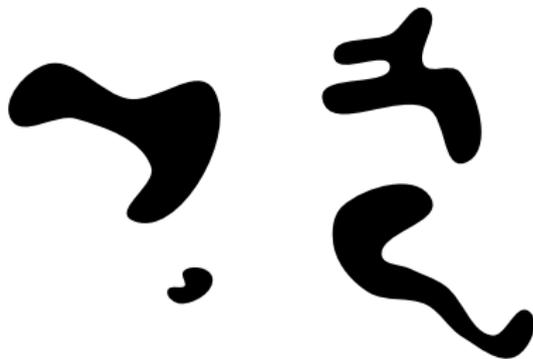


Environnement

- Environnement intérieur
- Environnement connu
 - Cartes métriques



Grille d'occupation

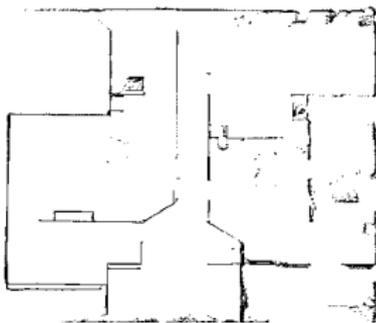


Carte paramétrique

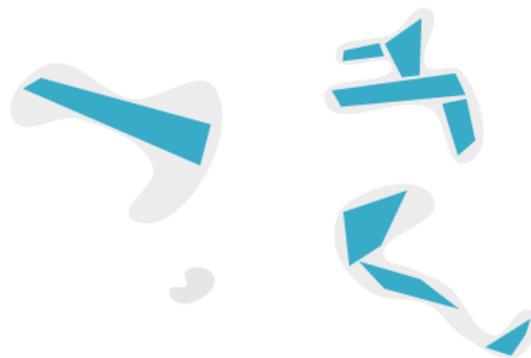


Environnement

- Environnement intérieur
- Environnement connu
 - Cartes métriques



Grille d'occupation

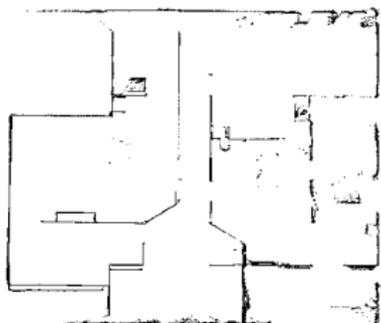


Carte paramétrique

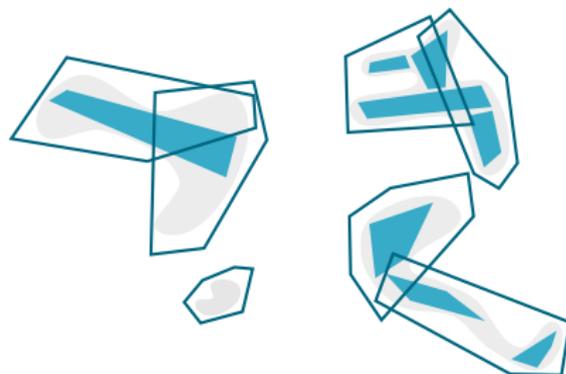


Environnement

- Environnement intérieur
- Environnement connu
 - Cartes métriques



Grille d'occupation



Carte paramétrique



Différents problèmes

- Suivi de posture
 - Posture initiale connue

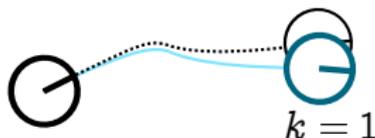


$k = 0$



Différents problèmes

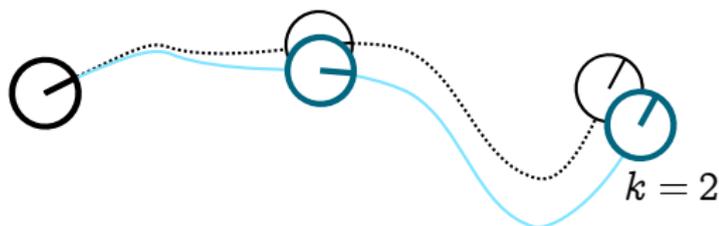
- Suivi de posture
 - Posture initiale connue
 - $\mathbf{q}_k = f(\mathbf{q}_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1})$





Différents problèmes

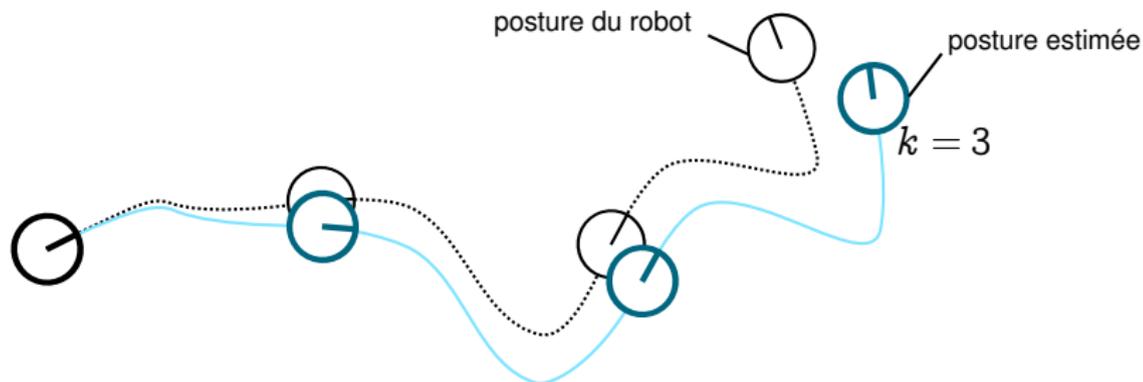
- Suivi de posture
 - Posture initiale connue
 - $\mathbf{q}_k = f(\mathbf{q}_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1})$





Différents problèmes

- Suivi de posture
 - Posture initiale connue
 - $\mathbf{q}_k = f(\mathbf{q}_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1})$
 - Dérive du robot





Différents problèmes

- Suivi de posture
 - Posture initiale connue
 - $\mathbf{q}_k = f(\mathbf{q}_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1})$
 - Dérive du robot
 - **Objectif** : Éviter la dérive du robot à l'aide de mesures extéroceptives et de la carte
 - **Approche classique** : Filtre de Kalman Étendu (EKF)¹

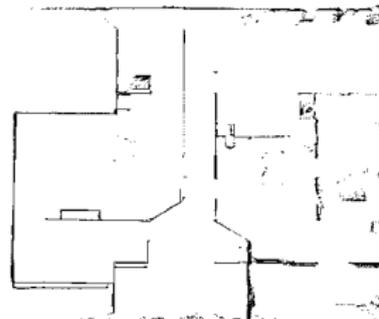
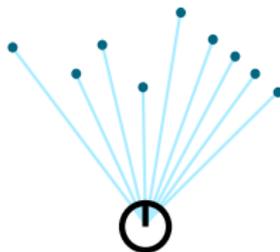
—

2 - **P. Jensfelt et H.I. Christensen**. *Pose tracking using laser scanning and minimalistic environmental models*. Robotics and Automation, IEEE Transactions on, 2001.



Différents problèmes

- Suivi de posture
- Localisation globale
 - Posture initiale **non** connue





Différents problèmes

- Suivi de posture
- Localisation globale
 - Posture initiale **non** connue
 - **Objectif** : Localiser le robot globalement
 - **Approche classique** : Filtre particulière avec la Localisation Monte Carlo (MCL)²

3 - **D. Fox, W. Burgard, F. Dellaert et S. Thrun.** *Monte Carlo Localization : Efficient Position Estimation for Mobile Robots.* In AAAI/IAAI, 1999.



Différents problèmes

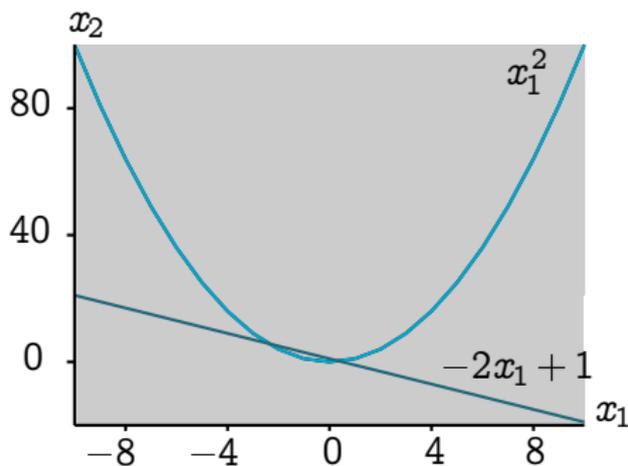
- Suivi de posture
- Localisation globale
- Ces problèmes peuvent être formalisés sous la forme de CSP⁴
- Utilisation de l'analyse par intervalles

4 - Problème de Satisfaction de Contraintes



Exemple de résolution d'un CSP

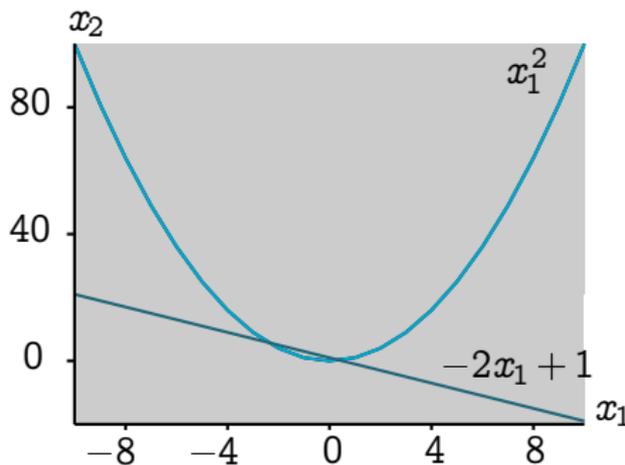
- CSP :
$$\begin{cases} \mathbb{V} = \{x_1, x_2\} \\ \mathbb{D} = \{[x_1] = [-10, 10], [x_2] = [-20, 100]\} \\ \mathbb{C} = \{c_1 : x_2 = x_1^2, c_2 : x_2 = -2x_1 + 1\} \end{cases}$$



Exemple de résolution d'un CSP

- CSP :
$$\begin{cases} \mathbb{V} = \{x_1, x_2\} \\ \mathbb{D} = \{[x_1] = [-10, 10], [x_2] = [-20, 100]\} \\ \mathbb{C} = \{c_1 : x_2 = x_1^2, c_2 : x_2 = -2x_1 + 1\} \end{cases}$$

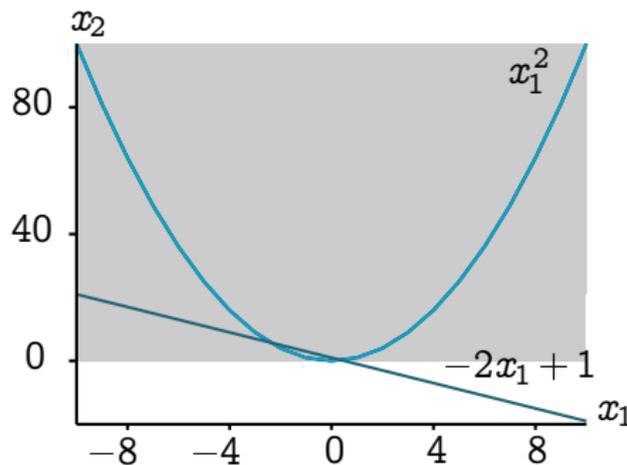
$$\begin{aligned} [x_2] &= [x_2] \cap [x_1]^2 \\ &= [-20, 100] \cap [-10, 10]^2 \\ &= [-20, 100] \cap [0, 100] \\ [x_2] &= [0, 100] \end{aligned}$$



Exemple de résolution d'un CSP

- CSP :
$$\begin{cases} \mathbb{V} = \{x_1, x_2\} \\ \mathbb{D} = \{[x_1] = [-10, 10], [x_2] = [-20, 100]\} \\ \mathbb{C} = \{c_1 : x_2 = x_1^2, c_2 : x_2 = -2x_1 + 1\} \end{cases}$$

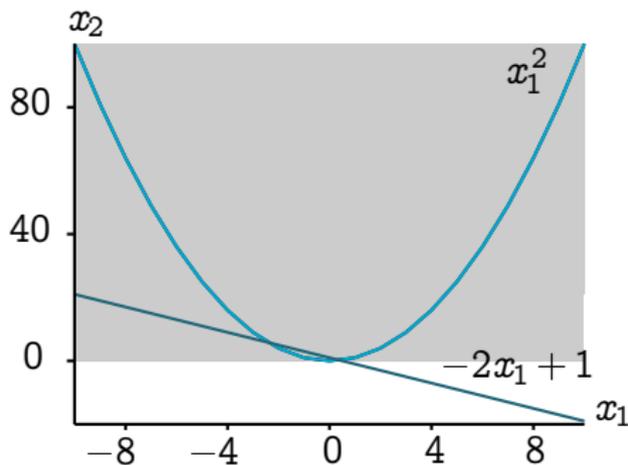
$$\begin{aligned} [x_2] &= [x_2] \cap [x_1]^2 \\ &= [-20, 100] \cap [-10, 10]^2 \\ &= [-20, 100] \cap [0, 100] \\ [x_2] &= [0, 100] \end{aligned}$$



Exemple de résolution d'un CSP

- CSP :
$$\begin{cases} \mathbb{V} = \{x_1, x_2\} \\ \mathbb{D} = \{[x_1] = [-10, 10], [x_2] = [-20, 100]\} \\ \mathbb{C} = \{c_1 : x_2 = x_1^2, c_2 : x_2 = -2x_1 + 1\} \end{cases}$$

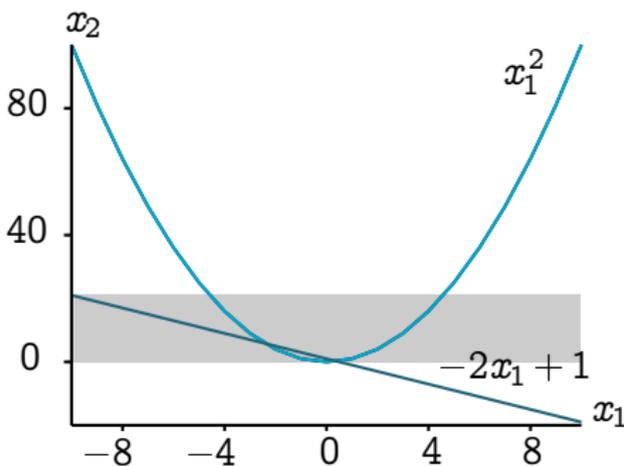
$$\begin{aligned} [x_2] &= [x_2] \cap (-2[x_1] + 1) \\ &= [0, 100] \cap (-2[-10, 10] + 1) \\ &= [0, 100] \cap [-19, 21] \\ [x_2] &= [0, 21] \end{aligned}$$



Exemple de résolution d'un CSP

- CSP :
$$\begin{cases} \mathbb{V} = \{x_1, x_2\} \\ \mathbb{D} = \{[x_1] = [-10, 10], [x_2] = [-20, 100]\} \\ \mathbb{C} = \{c_1 : x_2 = x_1^2, c_2 : x_2 = -2x_1 + 1\} \end{cases}$$

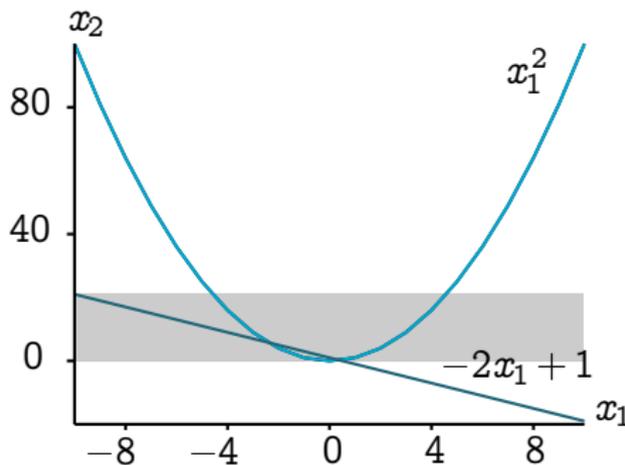
$$\begin{aligned} [x_2] &= [x_2] \cap (-2[x_1] + 1) \\ &= [0, 100] \cap (-2[-10, 10] + 1) \\ &= [0, 100] \cap [-19, 21] \\ [x_2] &= [0, 21] \end{aligned}$$



Exemple de résolution d'un CSP

- CSP :
$$\begin{cases} \mathbb{V} = \{x_1, x_2\} \\ \mathbb{D} = \{[x_1] = [-10, 10], [x_2] = [-20, 100]\} \\ \mathbb{C} = \{c_1 : x_2 = x_1^2, c_2 : x_2 = -2x_1 + 1\} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} [x_1] &= [x_1] \cap \left(\frac{1 - [x_2]}{2} \right) \\ &= [-10, 10] \cap \left(\frac{1 - [0, 21]}{2} \right) \\ &= [-10, 10] \cap \left[-10, \frac{1}{2} \right] \\ [x_1] &= \left[-10, \frac{1}{2} \right] \end{aligned}$$

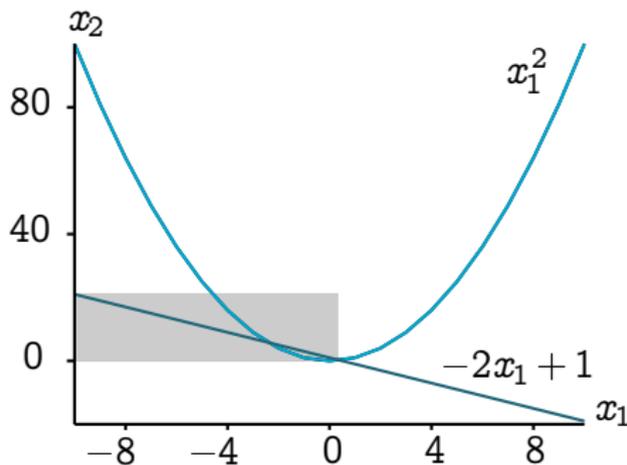




Exemple de résolution d'un CSP

- CSP :
$$\begin{cases} \mathbb{V} = \{x_1, x_2\} \\ \mathbb{D} = \{[x_1] = [-10, 10], [x_2] = [-20, 100]\} \\ \mathbb{C} = \{c_1 : x_2 = x_1^2, c_2 : x_2 = -2x_1 + 1\} \end{cases}$$

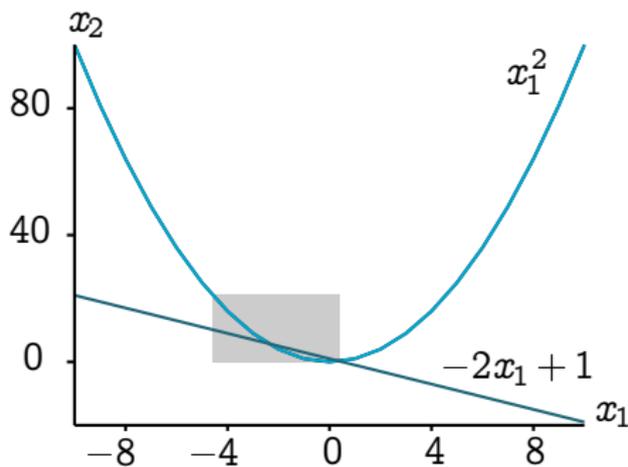
$$\begin{aligned} [x_1] &= [x_1] \cap \left(\frac{1 - [x_2]}{2} \right) \\ &= [-10, 10] \cap \left(\frac{1 - [0, 21]}{2} \right) \\ &= [-10, 10] \cap \left[-10, \frac{1}{2} \right] \\ [x_1] &= \left[-10, \frac{1}{2} \right] \end{aligned}$$





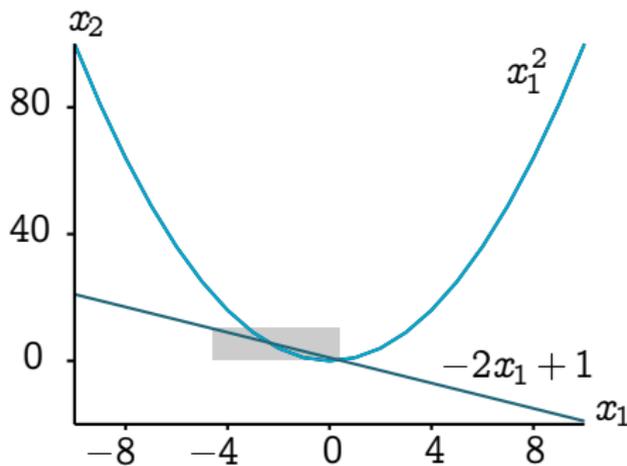
Exemple de résolution d'un CSP

- CSP :
$$\begin{cases} \mathbb{V} = \{x_1, x_2\} \\ \mathbb{D} = \{[x_1] = [-10, 10], [x_2] = [-20, 100]\} \\ \mathbb{C} = \{c_1 : x_2 = x_1^2, c_2 : x_2 = -2x_1 + 1\} \end{cases}$$



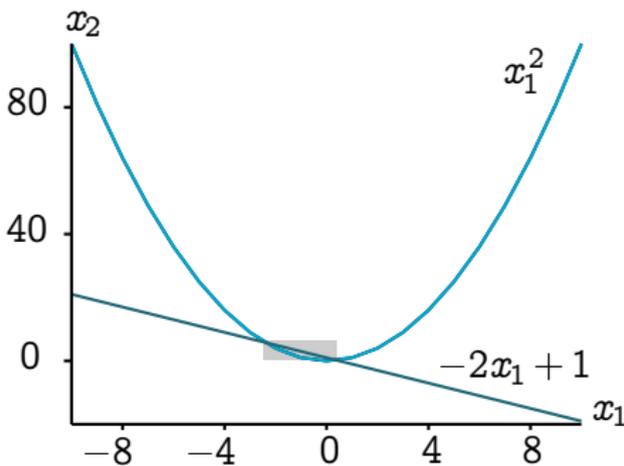
Exemple de résolution d'un CSP

- CSP :
$$\begin{cases} \mathbb{V} = \{x_1, x_2\} \\ \mathbb{D} = \{[x_1] = [-10, 10], [x_2] = [-20, 100]\} \\ \mathbb{C} = \{c_1 : x_2 = x_1^2, c_2 : x_2 = -2x_1 + 1\} \end{cases}$$



Exemple de résolution d'un CSP

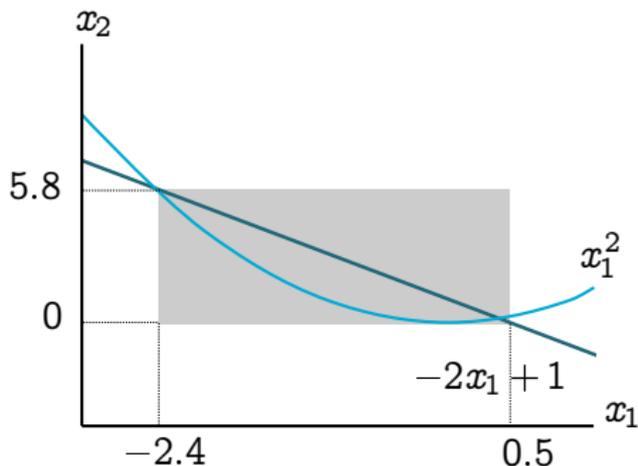
- CSP :
$$\begin{cases} \mathbb{V} = \{x_1, x_2\} \\ \mathbb{D} = \{[x_1] = [-10, 10], [x_2] = [-20, 100]\} \\ \mathbb{C} = \{c_1 : x_2 = x_1^2, c_2 : x_2 = -2x_1 + 1\} \end{cases}$$
- Obtention d'un point fixe



Exemple de résolution d'un CSP

- CSP :
$$\begin{cases} \mathbb{V} = \{x_1, x_2\} \\ \mathbb{D} = \{[x_1] = [-10, 10], [x_2] = [-20, 100]\} \\ \mathbb{C} = \{c_1 : x_2 = x_1^2, c_2 : x_2 = -2x_1 + 1\} \end{cases}$$

- Obtention d'un point fixe

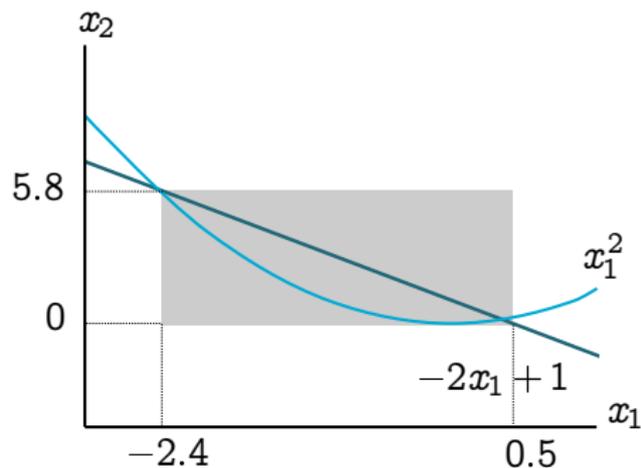




Exemple de résolution d'un CSP

- CSP :
$$\begin{cases} \mathbb{V} = \{x_1, x_2\} \\ \mathbb{D} = \{[x_1] = [-10, 10], [x_2] = [-20, 100]\} \\ \mathbb{C} = \{c_1 : x_2 = x_1^2, c_2 : x_2 = -2x_1 + 1\} \end{cases}$$

- Obtention d'un point fixe
- Bisection

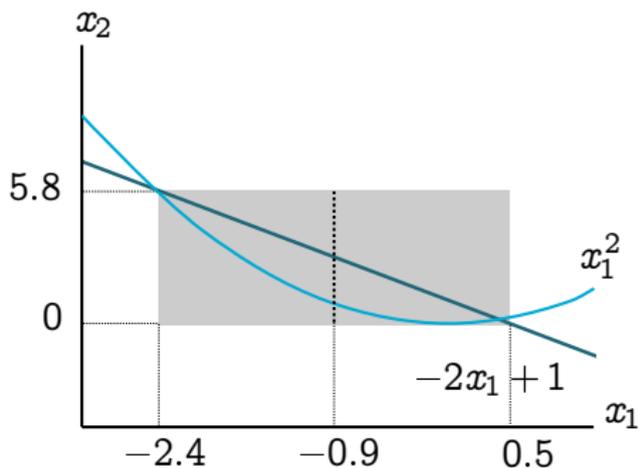




Exemple de résolution d'un CSP

- CSP : $\begin{cases} \mathbb{V} = \{x_1, x_2\} \\ \mathbb{D} = \{[x_1] = [-10, 10], [x_2] = [-20, 100]\} \\ \mathbb{C} = \{c_1 : x_2 = x_1^2, c_2 : x_2 = -2x_1 + 1\} \end{cases}$

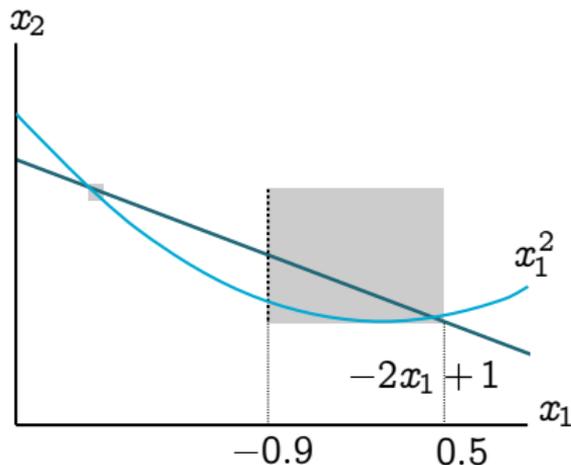
- Obtention d'un point fixe
- Bisection



Exemple de résolution d'un CSP

- CSP :
$$\begin{cases} \mathbb{V} = \{x_1, x_2\} \\ \mathbb{D} = \{[x_1] = [-10, 10], [x_2] = [-20, 100]\} \\ \mathbb{C} = \{c_1 : x_2 = x_1^2, c_2 : x_2 = -2x_1 + 1\} \end{cases}$$

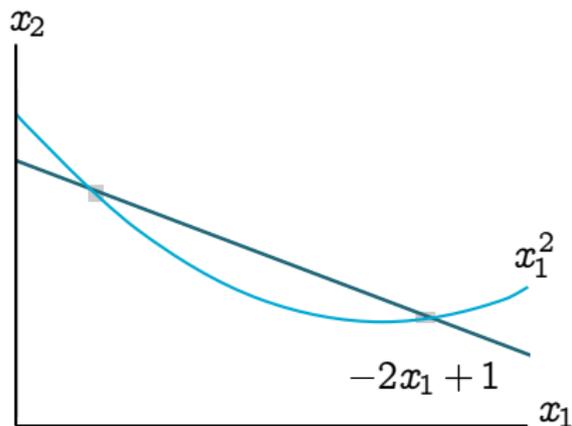
- Obtention d'un point fixe
- Bissection



Exemple de résolution d'un CSP

- CSP :
$$\begin{cases} \mathbb{V} = \{x_1, x_2\} \\ \mathbb{D} = \{[x_1] = [-10, 10], [x_2] = [-20, 100]\} \\ \mathbb{C} = \{c_1 : x_2 = x_1^2, c_2 : x_2 = -2x_1 + 1\} \end{cases}$$

- Obtention d'un point fixe
- Bissection





Plan de la présentation

- 1 Introduction
- 2 Méthode ensembliste de localisation globale
- 3 Visibilité pour la localisation
- 4 Conclusion et perspectives



Plan de la présentation

- 1 Introduction
- 2 Méthode ensembliste de localisation globale
 - Présentation
 - Le CSP
 - Interval Analysis Localization
 - Expérimentations et résultats
- 3 Visibilité pour la localisation
- 4 Conclusion et perspectives



Plan de la présentation

- 1 Introduction
- 2 Méthode ensembliste de localisation globale
 - Présentation
 - Le CSP
 - Interval Analysis Localization
 - Expérimentations et résultats
- 3 Visibilité pour la localisation
- 4 Conclusion et perspectives



Robot

- Robot mobile terrestre
→ Équation dynamique

$$\mathbf{q}_{k+1} = f(\mathbf{q}_k, \mathbf{u}_k)$$





Robot

- Robot mobile terrestre
- Mesures extéroceptives
 - Télémètre laser à balayage



URG 04LX - Hokuyo



UTM 30LX - Hokuyo

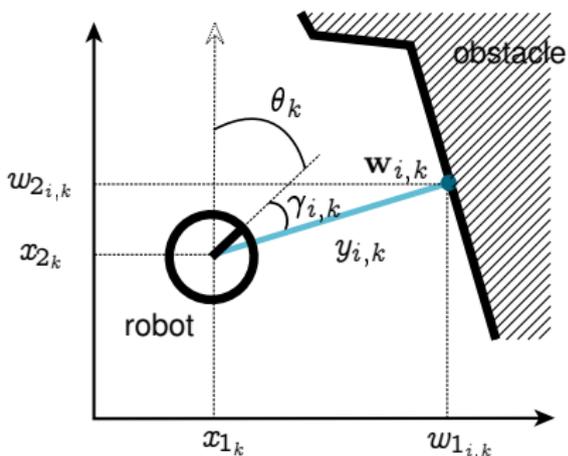


Robot

- Robot mobile terrestre
- Mesures extéroceptives

→ Télémètre laser à balayage

→ $\mathbf{z}_k = \{(y_{1,k}, \gamma_{1,k}), \dots, (y_{i,k}, \gamma_{i,k}), \dots, (y_{n_w,k}, \gamma_{n_w,k})\}$





Robot

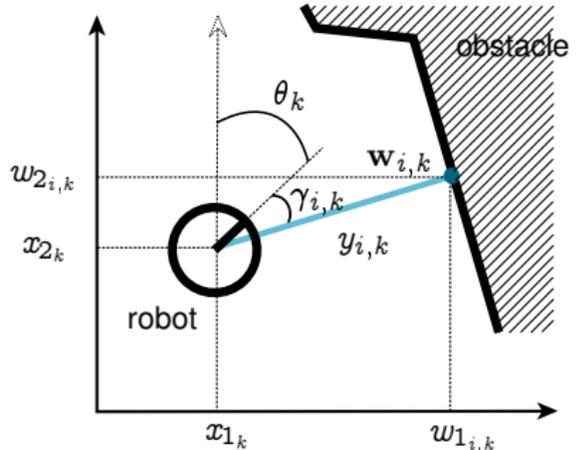
- Robot mobile terrestre
- Mesures extéroceptives

→ Télémètre laser à balayage

→ $\mathbf{z}_k = \{(y_{1,k}, \gamma_{1,k}), \dots, (y_{i,k}, \gamma_{i,k}), \dots, (y_{n_w,k}, \gamma_{n_w,k})\}$

$$\mathbf{w}_{i,k} = \begin{pmatrix} w_{1,i,k} \\ w_{2,i,k} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{w}_{i,k} = \begin{pmatrix} y_{i,k} \sin(\theta_k + \gamma_{i,k}) + x_{1k} \\ y_{i,k} \cos(\theta_k + \gamma_{i,k}) + x_{2k} \end{pmatrix}$$





Données du problème

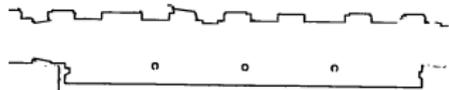
- Environnement intérieur





Données du problème

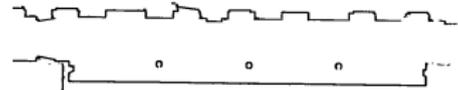
- Environnement intérieur
 - Grille d'occupation binaire





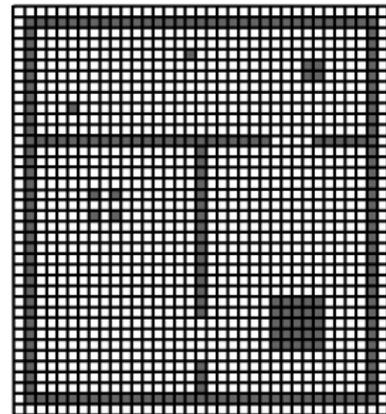
Données du problème

- Environnement intérieur
→ Grille d'occupation binaire



- \mathcal{E}_G une grille composée de $m \times n$ cellules $c_{i,j}$
- Chaque cellule $c_{i,j}$ a un poids $g_{i,j}$

$$g_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{si la cellule contient un obstacle} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$





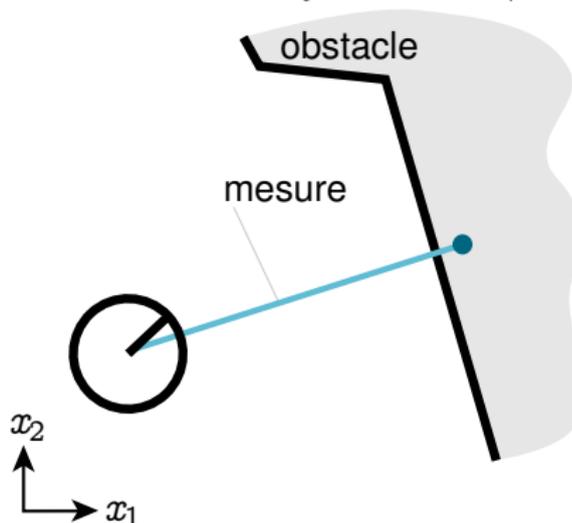
Données du problème

- Environnement intérieur
- Contexte à erreurs bornées
 - Erreur maximale de distance δ_y et d'angle δ_γ



Données du problème

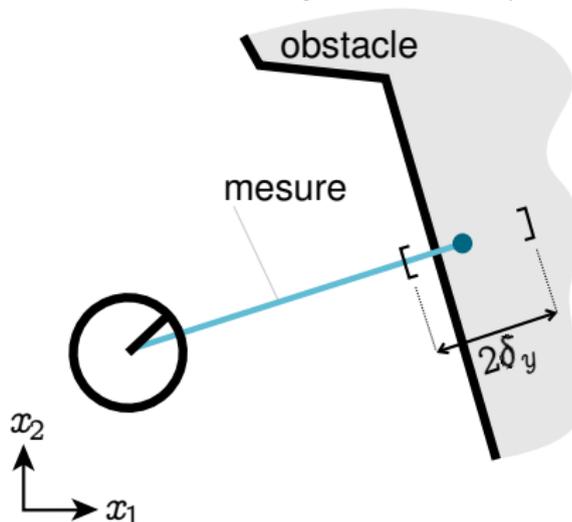
- Environnement intérieur
- Contexte à erreurs bornées
 - Erreur maximale de distance δ_y et d'angle δ_γ





Données du problème

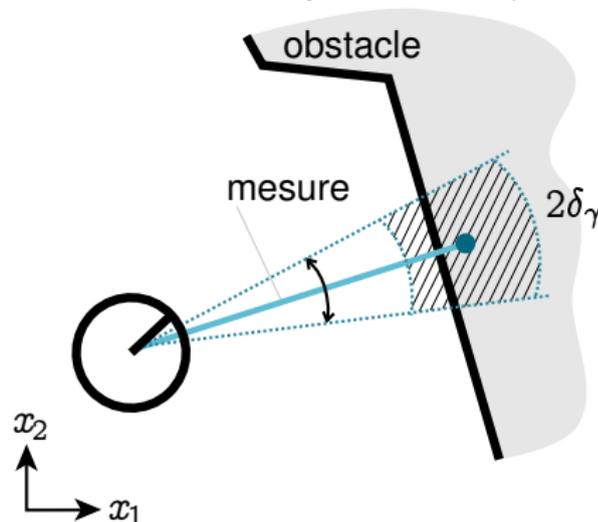
- Environnement intérieur
- Contexte à erreurs bornées
 - Erreur maximale de distance δ_y et d'angle δ_γ





Données du problème

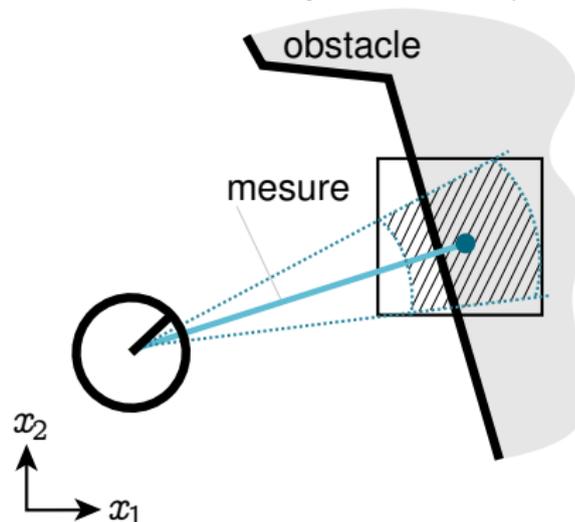
- Environnement intérieur
- Contexte à erreurs bornées
 - Erreur maximale de distance δ_y et d'angle δ_γ





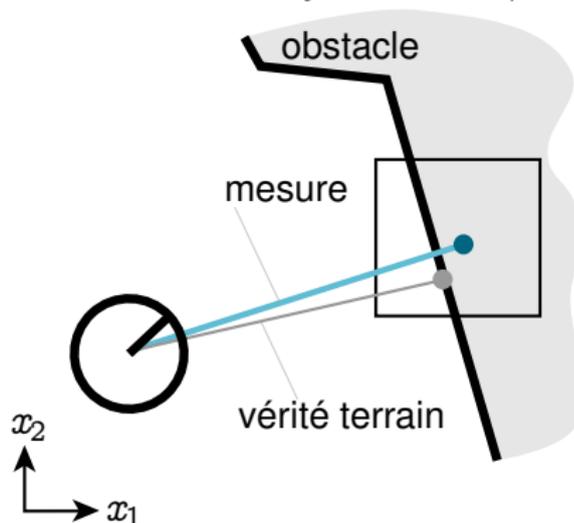
Données du problème

- Environnement intérieur
- Contexte à erreurs bornées
 - Erreur maximale de distance δ_y et d'angle δ_γ



Données du problème

- Environnement intérieur
- Contexte à erreurs bornées
 - Erreur maximale de distance δ_y et d'angle δ_γ





Données du problème

- Environnement intérieur
- Contexte à erreurs bornées
 - Erreur maximale de distance δ_y et d'angle δ_γ
 - $\mathbf{q}_k \in [\mathbf{q}_k]$



Données du problème

- Environnement intérieur
- Contexte à erreurs bornées
- Problème de localisation
 - Contracter $[\mathbf{q}_k]$, $\mathbf{q}_k \in [\mathbf{q}_k]$
 - Aucune connaissance à priori sur \mathbf{q}_0
 - $[\mathbf{x}_0]$ = toutes les positions possibles
 - $[\theta_0]$ = toutes les orientations possibles
 - $[\mathbf{q}_0] = ([\mathbf{x}_0], [\theta_0])$



Plan de la présentation

- 1 Introduction
- 2 Méthode ensembliste de localisation globale
 - Présentation
 - Le CSP**
 - Interval Analysis Localization
 - Expérimentations et résultats
- 3 Visibilité pour la localisation
- 4 Conclusion et perspectives



Les variables

- Posture du robot

$$\rightarrow \mathbf{q} = (x_1, x_2, \theta)$$



Les variables

- Posture du robot

$$\rightarrow \mathbf{q} = (x_1, x_2, \theta)$$

- Jeu de mesures

$$\rightarrow \{y_i, \gamma_i\}_{\forall i}$$

$$\rightarrow \mathbf{w}_i = \begin{pmatrix} y_i \sin(\theta + \gamma_i) + x_1 \\ y_i \cos(\theta + \gamma_i) + x_2 \end{pmatrix}$$



Les variables

- Posture du robot

$$\rightarrow \mathbf{q} = (x_1, x_2, \theta)$$

- Jeu de mesures

$$\rightarrow \{y_i, \gamma_i\}_{\forall i}$$

$$\rightarrow \mathbf{w}_i = \begin{pmatrix} y_i \sin(\theta + \gamma_i) + x_1 \\ y_i \cos(\theta + \gamma_i) + x_2 \end{pmatrix}$$

- $\mathcal{V} = \left\{ \mathbf{q}, \{y_i, \gamma_i, \mathbf{w}_i\}_{\forall i} \right\}$



Les domaines

- Posture du robot

$$\rightarrow [\mathbf{q}] = ([x_1], [x_2], [\theta])$$



Les domaines

- Posture du robot

→ $[\mathbf{q}] = ([x_1], [x_2], [\theta])$

- Jeu de mesures

→ $\{[y_i], [\gamma_i]\}_{\forall i}$

→ $[\mathbf{w}_i] = \begin{pmatrix} [y_i] \sin([\theta] + [\gamma_i]) + [x_1] \\ [y_i] \cos([\theta] + [\gamma_i]) + [x_2] \end{pmatrix}$



Les domaines

- Posture du robot

$$\rightarrow [\mathbf{q}] = ([x_1], [x_2], [\theta])$$

- Jeu de mesures

$$\rightarrow \{[y_i], [\gamma_i]\}_{\forall i}$$

$$\rightarrow [\mathbf{w}_i] = \begin{pmatrix} [y_i] \sin([\theta] + [\gamma_i]) + [x_1] \\ [y_i] \cos([\theta] + [\gamma_i]) + [x_2] \end{pmatrix}$$

- $\mathcal{D} = \{[\mathbf{q}], \{[y_i], [\gamma_i], [\mathbf{w}_i]\}_{\forall i}\}$



Les contraintes

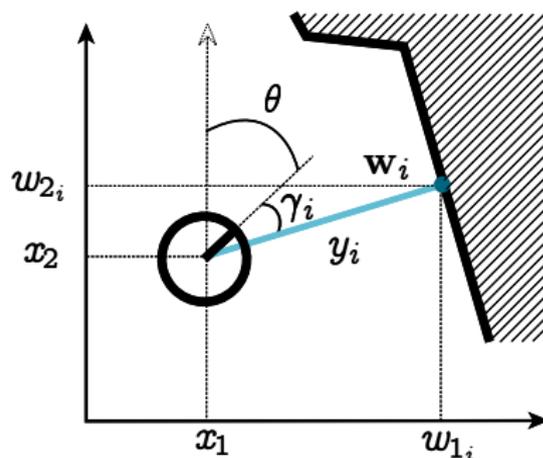
- Construction de la mesure : c_w



Les contraintes

- Construction de la mesure : c_w

$$\rightarrow \mathbf{w}_i = \begin{pmatrix} w_{1_i} \\ w_{2_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_i \sin(\theta + \gamma_i) + x_1 \\ y_i \cos(\theta + \gamma_i) + x_2 \end{pmatrix}$$





Les contraintes

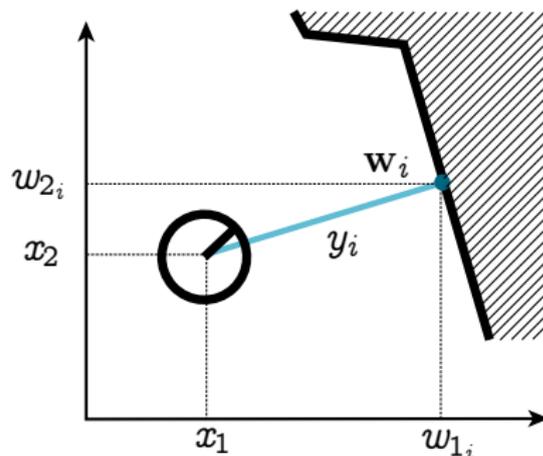
- Construction de la mesure : c_w
- Distance robot-obstacle : c_{y_i}



Les contraintes

- Construction de la mesure : c_w
- Distance robot-obstacle : c_{y_i}

$$\rightarrow y_i^2 = (x_1 - w_{1_i})^2 + (x_2 - w_{2_i})^2$$





Les contraintes

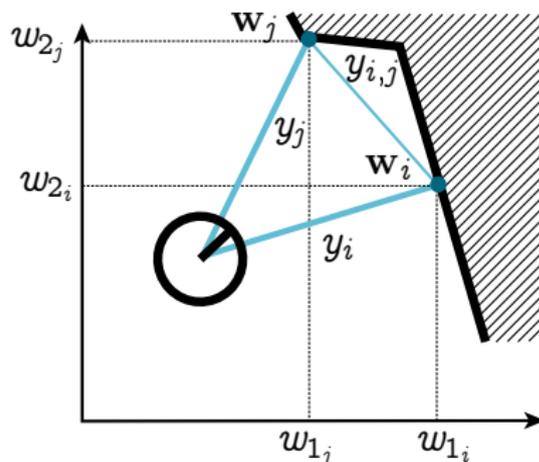
- Construction de la mesure : c_w
- Distance robot-obstacle : c_{y_i}
- Distance entre deux mesures : $c_{y_{i,j}}$



Les contraintes

- Construction de la mesure : c_w
- Distance robot-obstacle : c_{y_i}
- Distance entre deux mesures : $c_{y_{i,j}}$

$$\rightarrow y_{i,j}^2 = (w_{1_i} - w_{1_j})^2 + (w_{2_i} - w_{2_j})^2$$





Les contraintes

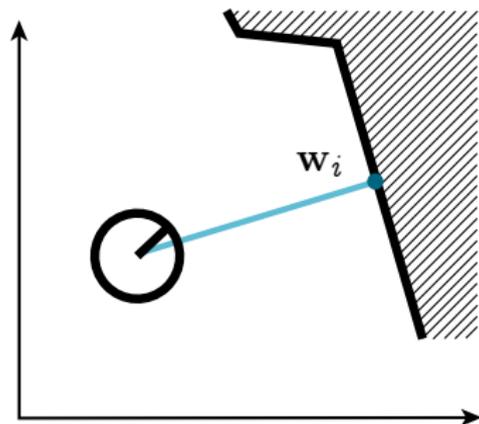
- Construction de la mesure : c_w
- Distance robot-obstacle : c_{y_i}
- Distance entre deux mesures : $c_{y_{i,j}}$
- Correspondance mesure-obstacle : $c_{\mathcal{E}_G}$



Les contraintes

- Construction de la mesure : c_w
- Distance robot-obstacle : c_{y_i}
- Distance entre deux mesures : $c_{y_{i,j}}$
- Correspondance mesure-obstacle : $c_{\mathcal{E}_G}$

→ $w_i \in \mathcal{E}_G$





Les contraintes

- Construction de la mesure : c_w
- Distance robot-obstacle : c_{y_i}
- Distance entre deux mesures : $c_{y_{i,j}}$
- Correspondance mesure-obstacle : $c_{\mathcal{E}_G}$
- $\mathcal{C} = \{c_w, c_{y_i}, c_{y_{i,j}}, c_{\mathcal{E}_G}\}$



Le CSP

$$\mathcal{V} = \left\{ \mathbf{q}, \{y_i, \gamma_i, \mathbf{w}_i\}_{\forall i} \right\}$$

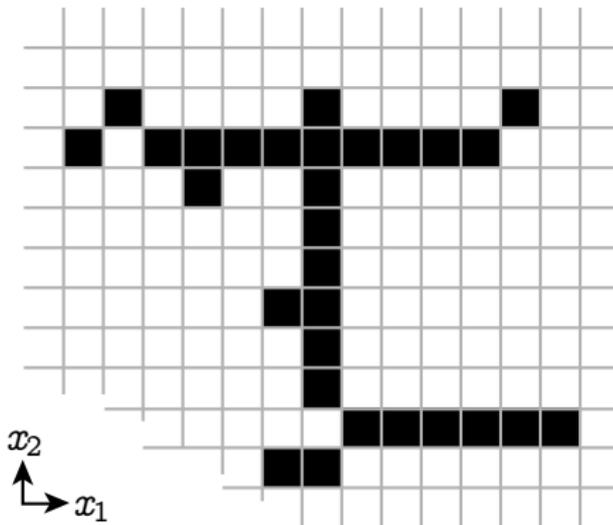
$$\mathcal{D} = \left\{ [\mathbf{q}], \{[y_i], [\gamma_i], [\mathbf{w}_i]\}_{\forall i} \right\}$$

$$\mathcal{C} = \begin{cases} c_{\mathbf{w}} & : \mathbf{w}_i = \begin{pmatrix} y_i \sin(\theta + \gamma_i) + x_1 \\ y_i \cos(\theta + \gamma_i) + x_2 \end{pmatrix} \\ c_{y_i} & : y_i^2 = (x_1 - w_{1_i})^2 + (x_2 - w_{2_i})^2 \\ c_{y_{i,j}} & : y_{i,j}^2 = (w_{1_i} - w_{1_j})^2 + (w_{2_i} - w_{2_j})^2 \\ c_{\mathcal{E}_G} & : \mathbf{w}_i \in \mathcal{E}_G \end{cases}$$



Le contracteur de $c_{\mathcal{E}_G}$

- Principe

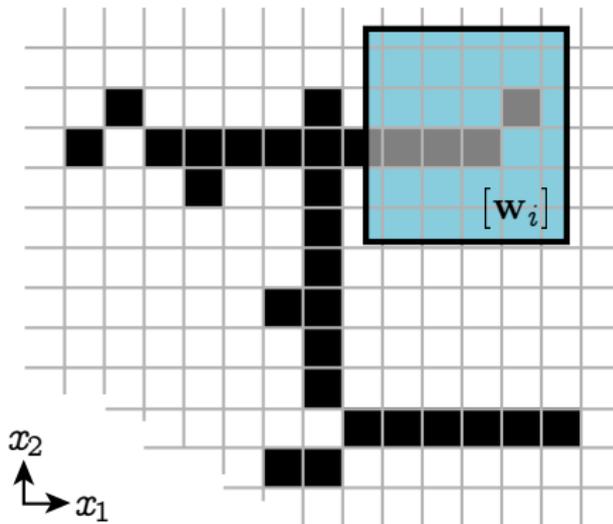


5. **J. Sliwka, F. Le Bars, O. Reynet et L. Jaulin.** *Using interval methods in the context of robust localization of underwater robots.* In Fuzzy Information Processing Society (NAFIPS), 2011 Annual Meeting of the North American, 2011.



Le contracteur de $c_{\mathcal{E}_G}$

- Principe

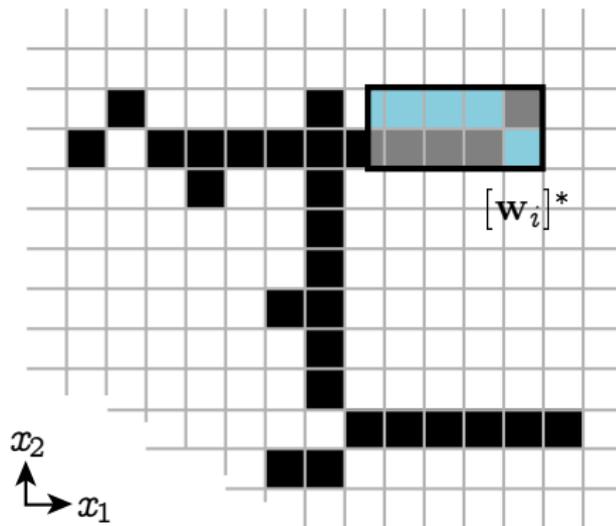


5. J. Sliwka, F. Le Bars, O. Reynet et L. Jaulin. *Using interval methods in the context of robust localization of underwater robots*. In Fuzzy Information Processing Society (NAFIPS), 2011 Annual Meeting of the North American, 2011.



Le contracteur de $c_{\mathcal{E}_G}$

- Principe



5. **J. Sliwka, F. Le Bars, O. Reynet et L. Jaulin.** *Using interval methods in the context of robust localization of underwater robots.* In Fuzzy Information Processing Society (NAFIPS), 2011 Annual Meeting of the North American, 2011.



Plan de la présentation

- 1 Introduction
- 2 Méthode ensembliste de localisation globale
 - Présentation
 - Le CSP
 - Interval Analysis Localization**
 - Expérimentations et résultats
- 3 Visibilité pour la localisation
- 4 Conclusion et perspectives



Principe de l'algorithme

- **Données en entrée :**

- $Q_0 = \{[q_0]\}$ initialisée avec toutes les postures possibles
- La carte \mathcal{E}_G



Principe de l'algorithme

- **Données en entrée :**
 - $Q_0 = \{[q_0]\}$ initialisée avec toutes les postures possibles
 - La carte \mathcal{E}_G
- Nouveau jeu de mesures



Principe de l'algorithme

- **Données en entrée :**
 - $\mathbb{Q}_0 = \{[\mathbf{q}_0]\}$ initialisée avec toutes les postures possibles
 - La carte \mathcal{E}_G
- Nouveau jeu de mesures
- Contraction de tous les $[\mathbf{q}_k] \in \mathbb{Q}_k$ à l'aide du CSP
 - Bissecter $[\mathbf{q}_k]^*$ et ajouter les nouvelles boîtes à \mathbb{Q}_k



Principe de l'algorithme

- **Données en entrée :**
 - $\mathbb{Q}_0 = \{[\mathbf{q}_0]\}$ initialisée avec toutes les postures possibles
 - La carte \mathcal{E}_G
- Nouveau jeu de mesures
- Contraction de tous les $[\mathbf{q}_k] \in \mathbb{Q}_k$ à l'aide du CSP
 - Bissecter $[\mathbf{q}_k]^*$ et ajouter les nouvelles boîtes à \mathbb{Q}_k
- Déplacement du robot



Principe de l'algorithme

- **Données en entrée :**
 - $\mathbb{Q}_0 = \{[\mathbf{q}_0]\}$ initialisée avec toutes les postures possibles
 - La carte \mathcal{E}_G
- Nouveau jeu de mesures
- Contraction de tous les $[\mathbf{q}_k] \in \mathbb{Q}_k$ à l'aide du CSP
 - Bissecter $[\mathbf{q}_k]^*$ et ajouter les nouvelles boîtes à \mathbb{Q}_k
- Déplacement du robot
- Mise à jour des postures de \mathbb{Q}_{k+1}



Principe de l'algorithme

- **Données en entrée :**

- $\mathbb{Q}_0 = \{[\mathbf{q}_0]\}$ initialisée avec toutes les postures possibles
- La carte \mathcal{E}_G

- Nouveau jeu de mesures

- Contraction de tous les $[\mathbf{q}_k] \in \mathbb{Q}_k$ à l'aide du CSP

- Bissecter $[\mathbf{q}_k]^*$ et ajouter les nouvelles boîtes à \mathbb{Q}_k

- Déplacement du robot

- Mise à jour des postures de \mathbb{Q}_{k+1}

$k = k + 1$





Principe de l'algorithme

- **Données en entrée :**

- $\mathbb{Q}_0 = \{[\mathbf{q}_0]\}$ initialisée avec toutes les postures possibles
- La carte \mathcal{E}_G

- Nouveau jeu de mesures

- Contraction de tous les $[\mathbf{q}_k] \in \mathbb{Q}_k$ à l'aide du CSP

- Bissecter $[\mathbf{q}_k]^*$ et ajouter les nouvelles boîtes à \mathbb{Q}_k

- Déplacement du robot

- Mise à jour des postures de \mathbb{Q}_{k+1}

- **Données en sortie :** estimation courante \mathbb{Q}_{k+1}

$k = k + 1$



Principe de l'algorithme

- **Données en entrée :**

- $\mathbb{Q}_0 = \{[\mathbf{q}_0]\}$ initialisée avec toutes les postures possibles
- La carte \mathcal{E}_G

- Nouveau jeu de mesures

- Contraction de tous les $[\mathbf{q}_k] \in \mathbb{Q}_k$ à l'aide du CSP

- Bisecter $[\mathbf{q}_k]^*$ et ajouter les nouvelles boîtes à \mathbb{Q}_k

- Déplacement du robot

- Mise à jour des postures de \mathbb{Q}_{k+1}

- **Données en sortie :** estimation courante \mathbb{Q}_{k+1}

$k = k + 1$

Paramètres : précision (taille des boîtes), nombre de bisections, nombre de boîtes...



Prise en compte des valeurs aberrantes

- Prise en compte des valeurs aberrantes dans le CSP



Prise en compte des valeurs aberrantes

- Prise en compte des valeurs aberrantes dans le CSP
 - Association des mesures en *couples*



Prise en compte des valeurs aberrantes

- Prise en compte des valeurs aberrantes dans le CSP
 - Association des mesures en *couples*
 - Application des contracteurs sur chaque couple



Prise en compte des valeurs aberrantes

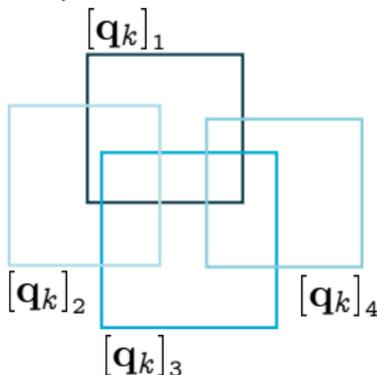
- Prise en compte des valeurs aberrantes dans le CSP
 - Association des mesures en *couples*
 - Application des contracteurs sur chaque couple
 - Intersection relaxée⁶ des résultats de chaque couple (q-intersection)

6. **L. Jaulin**. *Set-membership Localization with Probabilistic Errors*. Robotics and Autonomous Systems, 2011.



Prise en compte des valeurs aberrantes

- Prise en compte des valeurs aberrantes dans le CSP
 - Association des mesures en *couples*
 - Application des contracteurs sur chaque couple
 - Intersection relaxée⁶ des résultats de chaque couple (q-intersection)

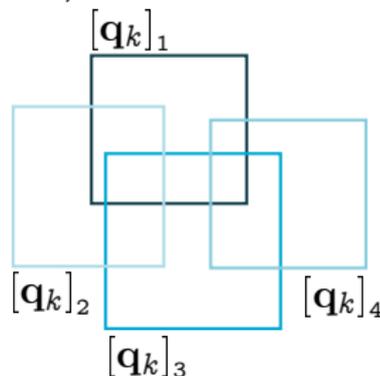


6. **L. Jaulin.** *Set-membership Localization with Probabilistic Errors.* Robotics and Autonomous Systems, 2011.



Prise en compte des valeurs aberrantes

- Prise en compte des valeurs aberrantes dans le CSP
 - Association des mesures en *couples*
 - Application des contracteurs sur chaque couple
 - Intersection relaxée⁶ des résultats de chaque couple (q-intersection)



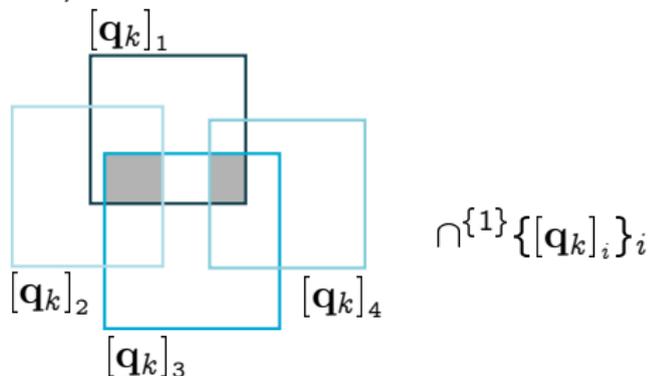
$$\cap^{\{0\}} \{[q_k]_i\}_i \equiv \cap \{[q_k]_i\}_i$$

6. **L. Jaulin**. *Set-membership Localization with Probabilistic Errors*. Robotics and Autonomous Systems, 2011.



Prise en compte des valeurs aberrantes

- Prise en compte des valeurs aberrantes dans le CSP
 - Association des mesures en *couples*
 - Application des contracteurs sur chaque couple
 - Intersection relaxée⁶ des résultats de chaque couple (q-intersection)

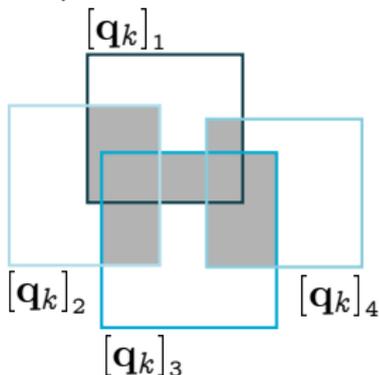


6. **L. Jaulin**. *Set-membership Localization with Probabilistic Errors*. Robotics and Autonomous Systems, 2011.



Prise en compte des valeurs aberrantes

- Prise en compte des valeurs aberrantes dans le CSP
 - Association des mesures en *couples*
 - Application des contracteurs sur chaque couple
 - Intersection relaxée⁶ des résultats de chaque couple (q-intersection)



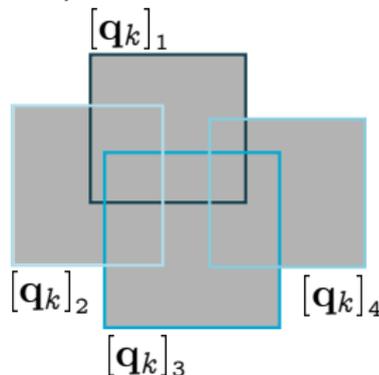
$$\cap^{\{2\}} \{[q_k]_i\}_i$$

6. **L. Jaulin**. *Set-membership Localization with Probabilistic Errors*. Robotics and Autonomous Systems, 2011.



Prise en compte des valeurs aberrantes

- Prise en compte des valeurs aberrantes dans le CSP
 - Association des mesures en *couples*
 - Application des contracteurs sur chaque couple
 - Intersection relaxée⁶ des résultats de chaque couple (q-intersection)



$$\cap^{\{3\}} \{[q_k]_i\}_i \equiv \cup \{[q_k]_i\}_i$$

6. **L. Jaulin**. *Set-membership Localization with Probabilistic Errors*. Robotics and Autonomous Systems, 2011.



Plan de la présentation

- 1 Introduction
- 2 Méthode ensembliste de localisation globale
 - Présentation
 - Le CSP
 - Interval Analysis Localization
 - Expérimentations et résultats**
- 3 Visibilité pour la localisation
- 4 Conclusion et perspectives



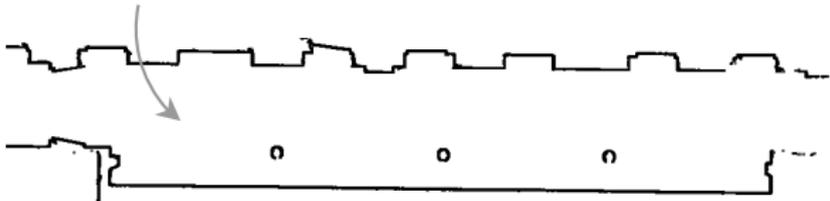
Implémentation sur un MiniRex

- Localisation globale



Implémentation sur un MiniRex

- Localisation globale
 - Environnement

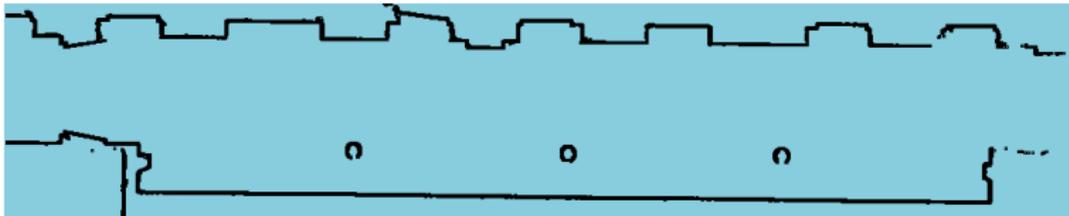




Implémentation sur un MiniRex

- Localisation globale
 - Environnement
 - Résultats

$$[q_0] \approx 26\text{m} \times 4\text{m} \times 360\text{deg}$$

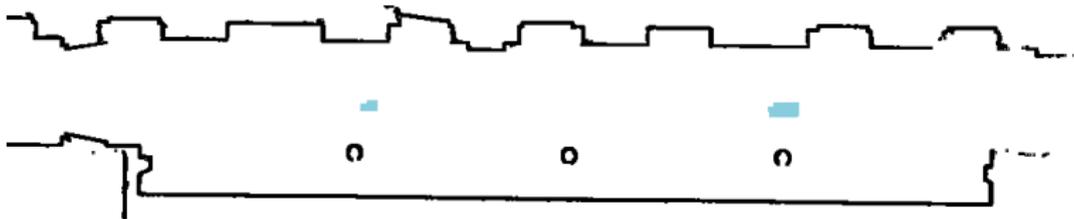


$k = 0$



Implémentation sur un MiniRex

- Localisation globale
 - Environnement
 - Résultats

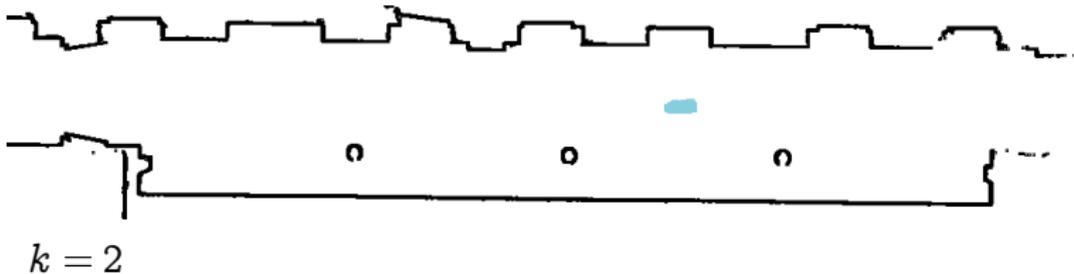


$k = 1$ (26s)



Implémentation sur un MiniRex

- Localisation globale
 - Environnement
 - Résultats





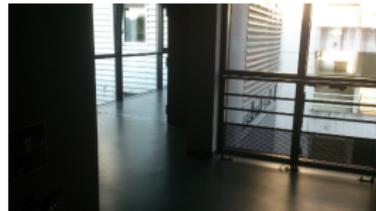
Implémentation sur un MiniRex

- Localisation globale
- Suivi de posture



Implémentation sur un MiniRex

- Localisation globale
- Suivi de posture
 - Environnement

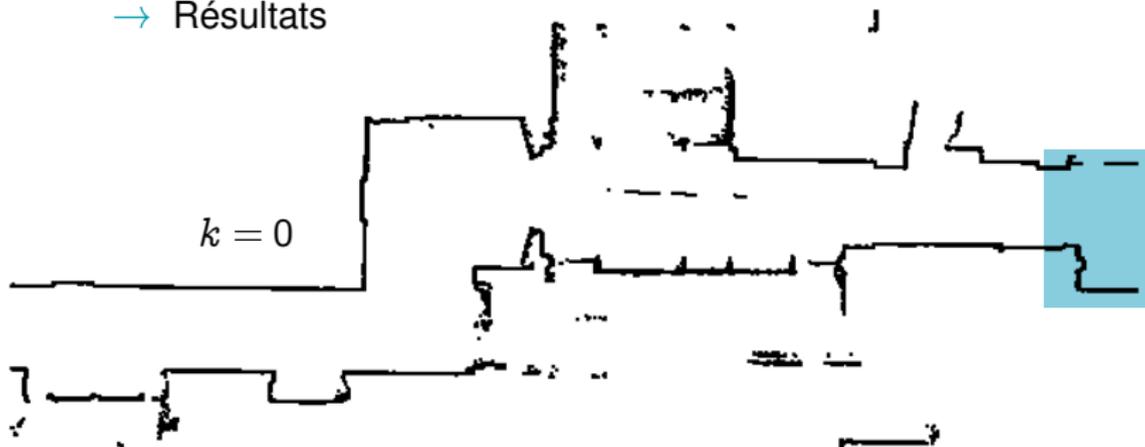




Implémentation sur un MiniRex

- Localisation globale
- Suivi de posture
 - Environnement
 - Résultats

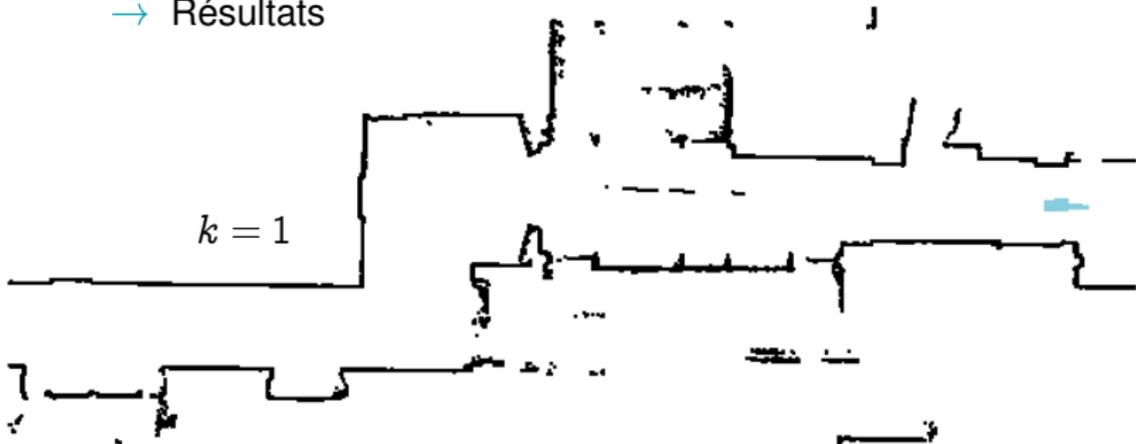
$$[q_0] \approx 1.6\text{m} \times 2.9\text{m} \times 180\text{deg}$$





Implémentation sur un MiniRex

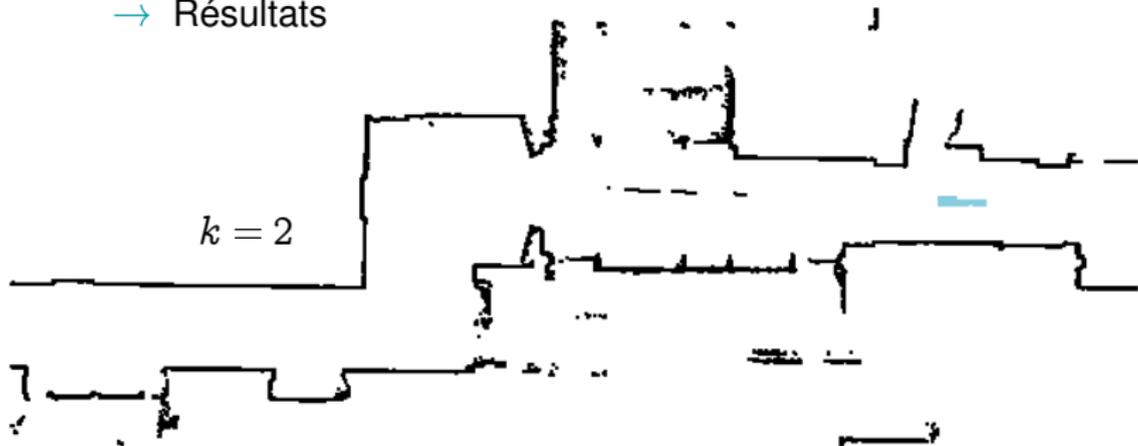
- Localisation globale
- Suivi de posture
 - Environnement
 - Résultats





Implémentation sur un MiniRex

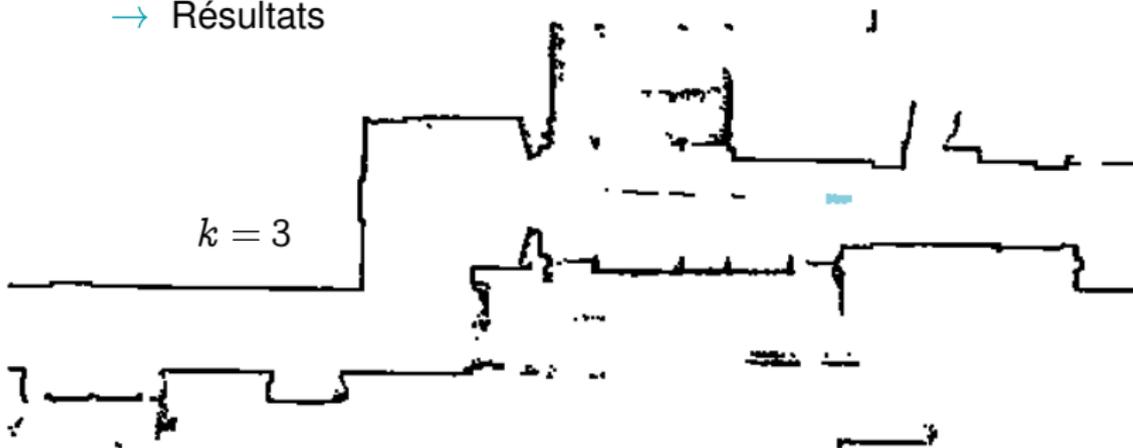
- Localisation globale
- Suivi de posture
 - Environnement
 - Résultats





Implémentation sur un MiniRex

- Localisation globale
- Suivi de posture
 - Environnement
 - Résultats





Implémentation sur un MiniRex

- Localisation globale
- Suivi de posture
 - Environnement
 - Résultats





Implémentation sur un MiniRex

- Localisation globale
- Suivi de posture
 - Environnement
 - Résultats





Implémentation sur un MiniRex

- Localisation globale
- Suivi de posture
 - Environnement
 - Résultats





Implémentation sur un MiniRex

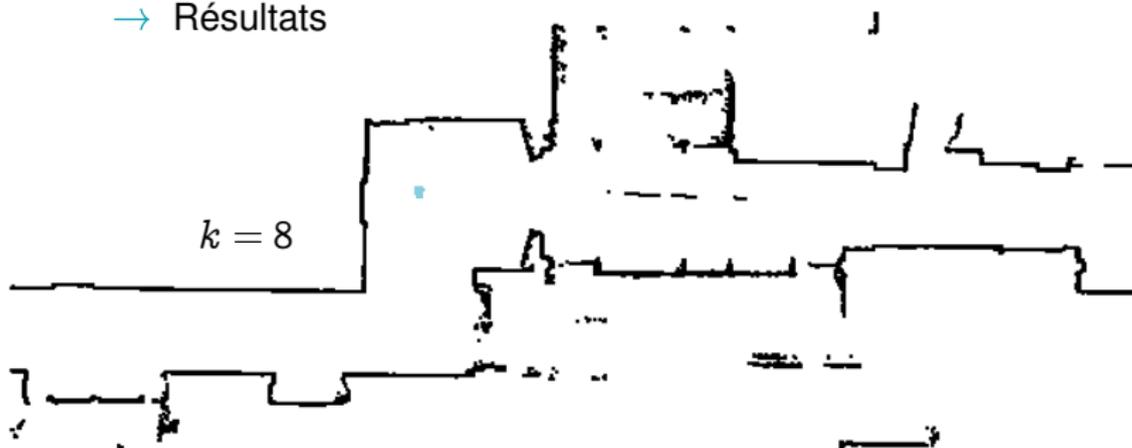
- Localisation globale
- Suivi de posture
 - Environnement
 - Résultats





Implémentation sur un MiniRex

- Localisation globale
- Suivi de posture
 - Environnement
 - Résultats



Implémentation sur un MiniRex

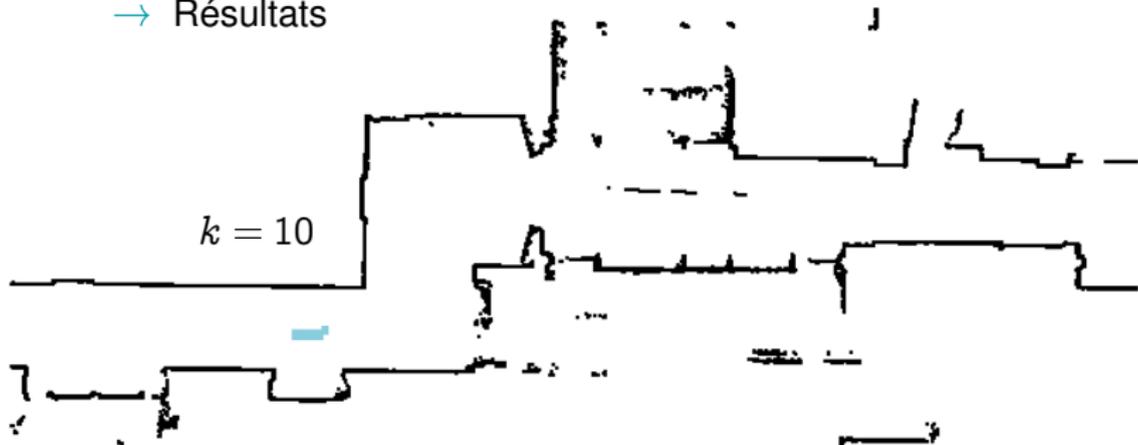
- Localisation globale
- Suivi de posture
 - Environnement
 - Résultats





Implémentation sur un MiniRex

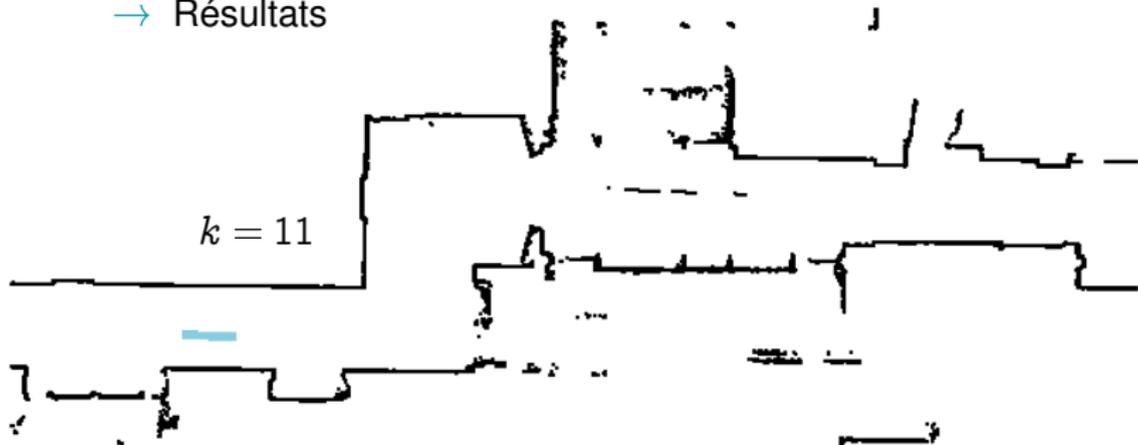
- Localisation globale
- Suivi de posture
 - Environnement
 - Résultats





Implémentation sur un MiniRex

- Localisation globale
- Suivi de posture
 - Environnement
 - Résultats

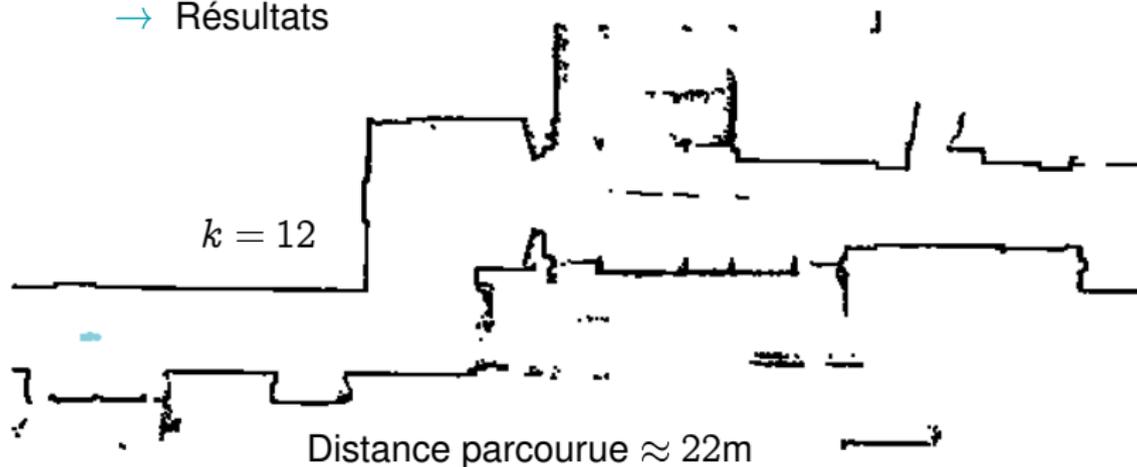




Implémentation sur un MiniRex

- Localisation globale
- Suivi de posture
 - Environnement
 - Résultats

$$[q_{12}] \approx 47.9\text{cm} \times 18.9\text{cm} \times 11\text{ deg}$$





Implémentation sur un MiniRex

- Localisation globale
- Suivi de posture
- Conclusion
 - Localisation globale
 - Suivi de posture
 - Utilisable en conditions réelles
 - Robuste



Plan de la présentation

- 1 Introduction
- 2 Méthode ensembliste de localisation globale
- 3 Visibilité pour la localisation**
 - Présentation générale
 - Contracteurs de visibilité
 - Localisation d'une meute de robots
 - Localisation globale d'un robot
- 4 Conclusion et perspectives



Plan de la présentation

1 Introduction

2 Méthode ensembliste de localisation globale

3 Visibilité pour la localisation

Présentation générale

Contracteurs de visibilité

Localisation d'une meute de robots

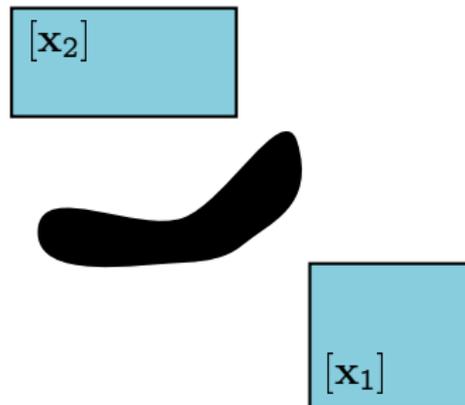
Localisation globale d'un robot

4 Conclusion et perspectives



Objectifs

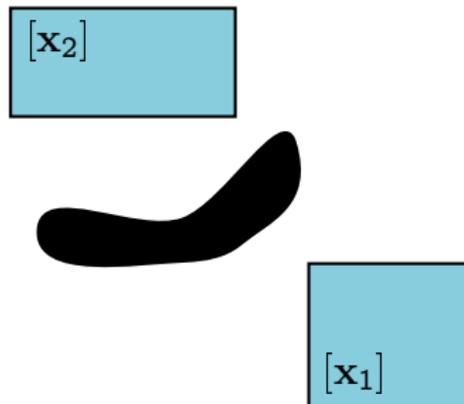
- Développer un contracteur associé à la contrainte x_1 voit x_2





Objectifs

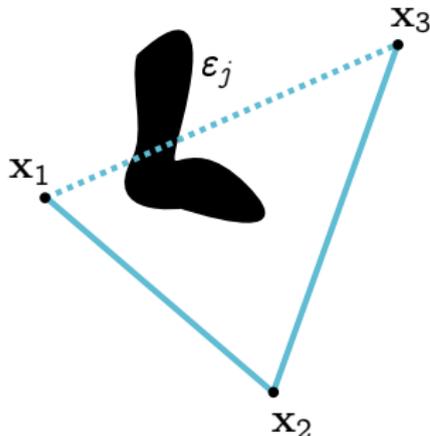
- Développer un contracteur associé à la contrainte x_1 *voit* x_2
- Développer un contracteur associé à la contrainte x_1 *ne voit pas* x_2





Visibilité entre deux points

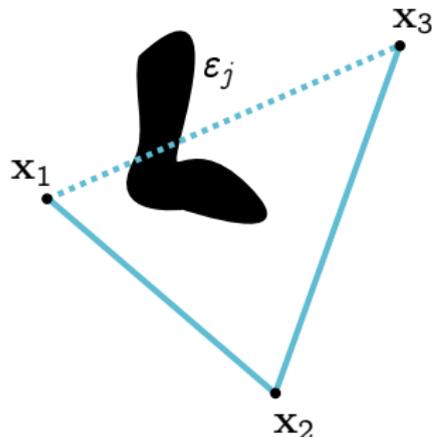
- $(\mathbf{x}_1 \mathbf{V} \mathbf{x}_2)_{\varepsilon_j} \Leftrightarrow \text{Seg}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \cap \varepsilon_j = \emptyset$
 → ε_j : sous-ensemble connexe de \mathbb{R}^n , avec $\mathbf{x}_1 \notin \varepsilon_j$ et $\mathbf{x}_2 \notin \varepsilon_j$





Visibilité entre deux points

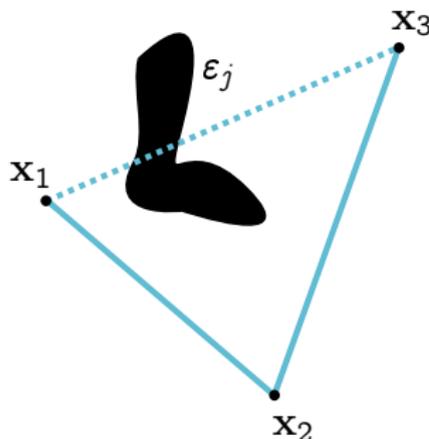
- $(\mathbf{x}_1 \mathbf{V} \mathbf{x}_2)_{\varepsilon_j} \Leftrightarrow \text{Seg}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \cap \varepsilon_j = \emptyset$
 - ε_j : sous-ensemble connexe de \mathbb{R}^n , avec $\mathbf{x}_1 \notin \varepsilon_j$ et $\mathbf{x}_2 \notin \varepsilon_j$
 - Relation réflexive : $(\mathbf{x}_1 \mathbf{V} \mathbf{x}_1)_{\varepsilon_j}$
 - Relation symétrique : $(\mathbf{x}_1 \mathbf{V} \mathbf{x}_2)_{\varepsilon_j} \equiv (\mathbf{x}_2 \mathbf{V} \mathbf{x}_1)_{\varepsilon_j}$
 - Relation non-transitive : $(\mathbf{x}_1 \mathbf{V} \mathbf{x}_2)_{\varepsilon_j} \wedge (\mathbf{x}_2 \mathbf{V} \mathbf{x}_3)_{\varepsilon_j} \not\Rightarrow (\mathbf{x}_1 \mathbf{V} \mathbf{x}_3)_{\varepsilon_j}$





Visibilité entre deux points

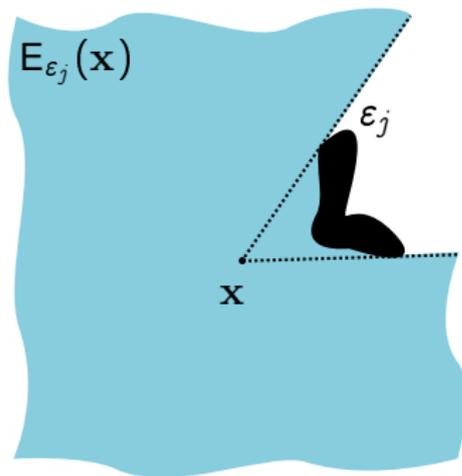
- $(\mathbf{x}_1 \mathbf{V} \mathbf{x}_2)_{\varepsilon_j} \Leftrightarrow \text{Seg}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \cap \varepsilon_j = \emptyset$
 - ε_j : sous-ensemble connexe de \mathbb{R}^n , avec $\mathbf{x}_1 \notin \varepsilon_j$ et $\mathbf{x}_2 \notin \varepsilon_j$
 - Relation réflexive : $(\mathbf{x}_1 \mathbf{V} \mathbf{x}_1)_{\varepsilon_j}$
 - Relation symétrique : $(\mathbf{x}_1 \mathbf{V} \mathbf{x}_2)_{\varepsilon_j} \equiv (\mathbf{x}_2 \mathbf{V} \mathbf{x}_1)_{\varepsilon_j}$
 - Relation non-transitive : $(\mathbf{x}_1 \mathbf{V} \mathbf{x}_2)_{\varepsilon_j} \wedge (\mathbf{x}_2 \mathbf{V} \mathbf{x}_3)_{\varepsilon_j} \not\Rightarrow (\mathbf{x}_1 \mathbf{V} \mathbf{x}_3)_{\varepsilon_j}$
 - $((\mathbf{x}_1 \mathbf{V} \mathbf{x}_3)_{\varepsilon_j})^c = (\mathbf{x}_1 \bar{\mathbf{V}} \mathbf{x}_3)_{\varepsilon_j}$





Espaces visibles d'un point

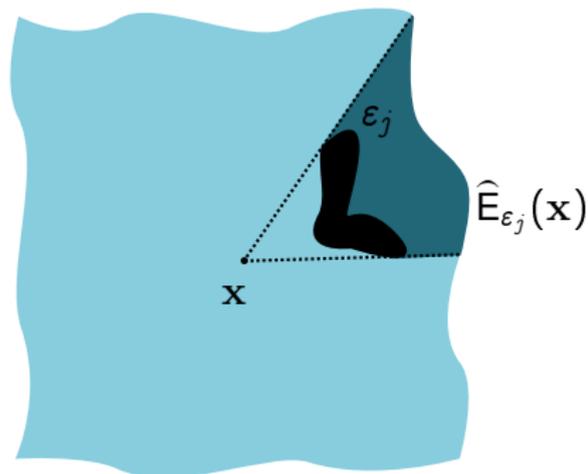
- $E_{\varepsilon_j}(\mathbf{x}) = \{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^n \mid (\mathbf{x}_i \vee \mathbf{x})_{\varepsilon_j}\}$





Espaces visibles d'un point

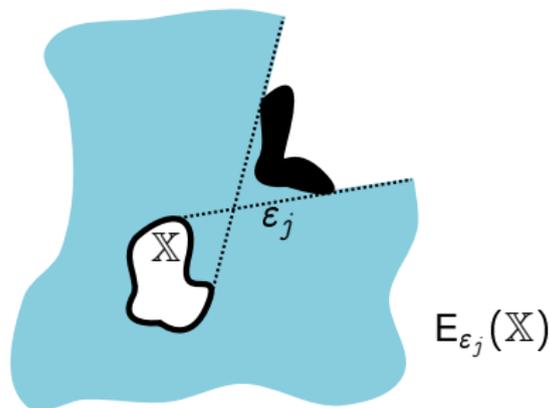
- $E_{\varepsilon_j}(\mathbf{x}) = \{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^n \mid (\mathbf{x}_i \mathbf{V} \mathbf{x})_{\varepsilon_j}\}$
- $\hat{E}_{\varepsilon_j}(\mathbf{x}) = \{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^n \mid (\mathbf{x}_i \bar{\mathbf{V}} \mathbf{x})_{\varepsilon_j}\}$
- $(E_{\varepsilon_j}(\mathbf{x}))^c = \hat{E}_{\varepsilon_j}(\mathbf{x})$





Espaces visibles d'un ensemble

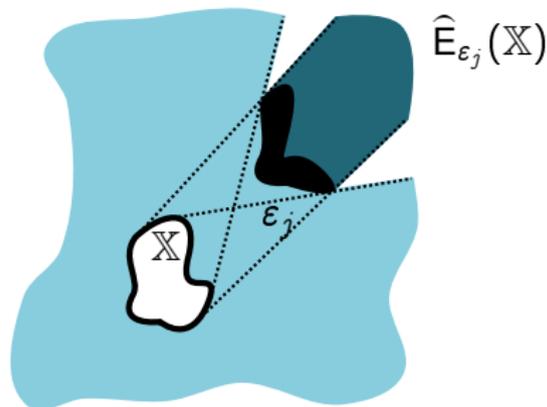
- $E_{\varepsilon_j}(\mathbb{X}) = \{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^n \mid \forall \mathbf{x} \in \mathbb{X}, (\mathbf{x}_i \vee \mathbf{x})_{\varepsilon_j}\}$





Espaces visibles d'un ensemble

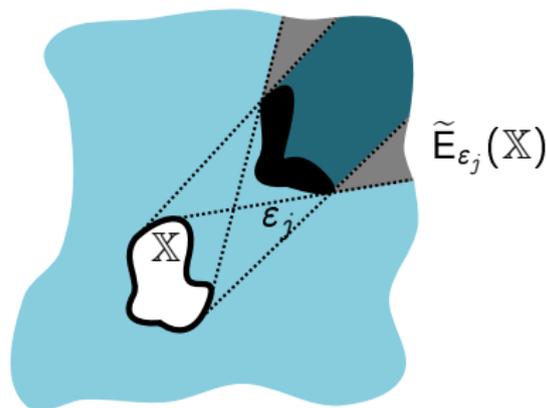
- $E_{\varepsilon_j}(\mathbb{X}) = \{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^n \mid \forall \mathbf{x} \in \mathbb{X}, (\mathbf{x}_i \vee \mathbf{x})_{\varepsilon_j}\}$
- $\hat{E}_{\varepsilon_j}(\mathbb{X}) = \{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^n \mid \forall \mathbf{x} \in \mathbb{X}, (\mathbf{x}_i \bar{\vee} \mathbf{x})_{\varepsilon_j}\}$





Espaces visibles d'un ensemble

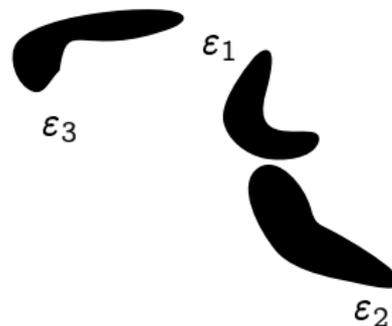
- $E_{\varepsilon_j}(\mathbb{X}) = \{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^n \mid \forall \mathbf{x} \in \mathbb{X}, (\mathbf{x}_i \vee \mathbf{x})_{\varepsilon_j}\}$
- $\widehat{E}_{\varepsilon_j}(\mathbb{X}) = \{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^n \mid \forall \mathbf{x} \in \mathbb{X}, (\mathbf{x}_i \bar{\vee} \mathbf{x})_{\varepsilon_j}\}$
- $\widetilde{E}_{\varepsilon_j}(\mathbb{X}) = \{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^n \mid \exists \mathbf{x}_1 \in \mathbb{X}, \exists \mathbf{x}_2 \in \mathbb{X}, (\mathbf{x}_i \vee \mathbf{x}_1)_{\varepsilon_j} \wedge (\mathbf{x}_i \bar{\vee} \mathbf{x}_2)_{\varepsilon_j}\}$





Considération d'un environnement

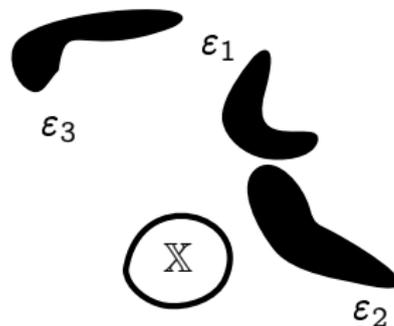
- $\mathcal{E} = \bigcup_{j=1}^{n_o} \mathcal{E}_j$





Considération d'un environnement

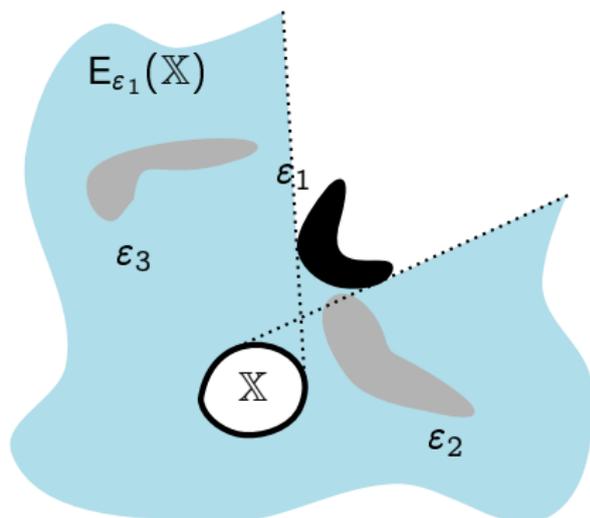
- $\mathcal{E} = \bigcup_{j=1}^{n_O} \varepsilon_j$
- $E_{\mathcal{E}}(\mathbb{X}) = \bigcap_{j=1}^{n_O} E_{\varepsilon_j}(\mathbb{X})$





Considération d'un environnement

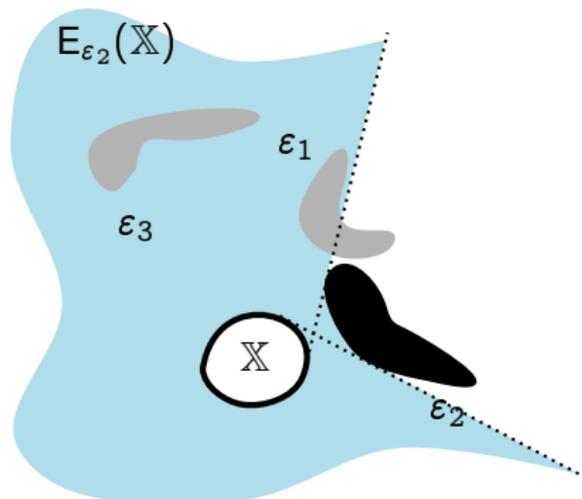
- $\mathcal{E} = \bigcup_{j=1}^{n_O} \varepsilon_j$
- $E_{\mathcal{E}}(\mathbb{X}) = \bigcap_{j=1}^{n_O} E_{\varepsilon_j}(\mathbb{X})$





Considération d'un environnement

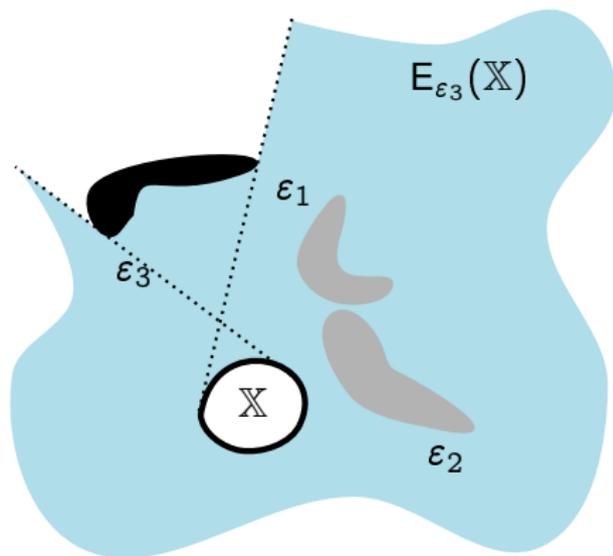
- $\mathcal{E} = \bigcup_{j=1}^{n_O} \varepsilon_j$
- $E_{\mathcal{E}}(\mathbb{X}) = \bigcap_{j=1}^{n_O} E_{\varepsilon_j}(\mathbb{X})$





Considération d'un environnement

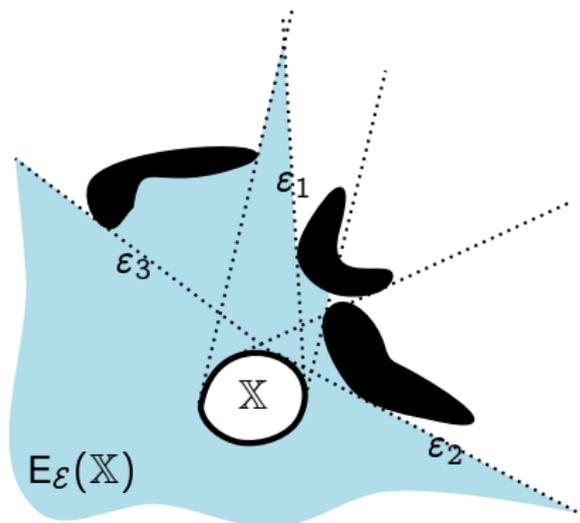
- $\mathcal{E} = \bigcup_{j=1}^{n_O} \varepsilon_j$
- $E_{\mathcal{E}}(\mathbb{X}) = \bigcap_{j=1}^{n_O} E_{\varepsilon_j}(\mathbb{X})$





Considération d'un environnement

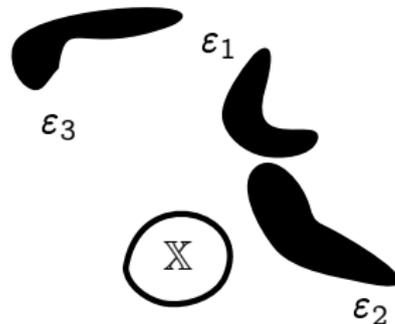
- $\mathcal{E} = \bigcup_{j=1}^{n_o} \varepsilon_j$
- $E_{\mathcal{E}}(\mathbb{X}) = \bigcap_{j=1}^{n_o} E_{\varepsilon_j}(\mathbb{X})$





Considération d'un environnement

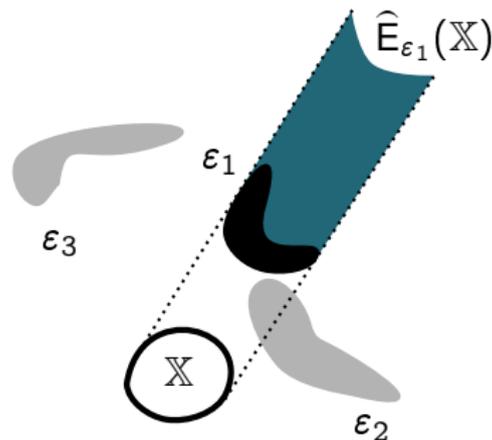
- $\mathcal{E} = \bigcup_{j=1}^{n_O} \varepsilon_j$
- $E_{\mathcal{E}}(\mathbb{X}) = \bigcap_{j=1}^{n_O} E_{\varepsilon_j}(\mathbb{X})$
- $\hat{E}_{\mathcal{E}}(\mathbb{X}) \supseteq \bigcup_{j=1}^{n_O} \hat{E}_{\varepsilon_j}(\mathbb{X})$





Considération d'un environnement

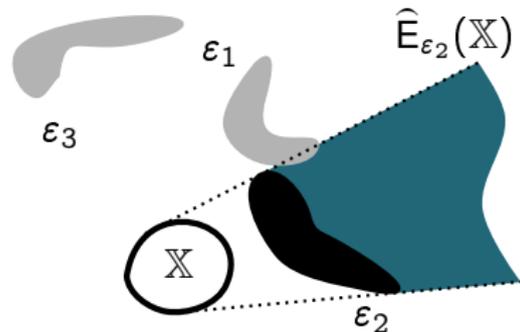
- $\mathcal{E} = \bigcup_{j=1}^{n_O} \varepsilon_j$
- $E_{\mathcal{E}}(\mathbb{X}) = \bigcap_{j=1}^{n_O} E_{\varepsilon_j}(\mathbb{X})$
- $\hat{E}_{\mathcal{E}}(\mathbb{X}) \supseteq \bigcup_{j=1}^{n_O} \hat{E}_{\varepsilon_j}(\mathbb{X})$





Considération d'un environnement

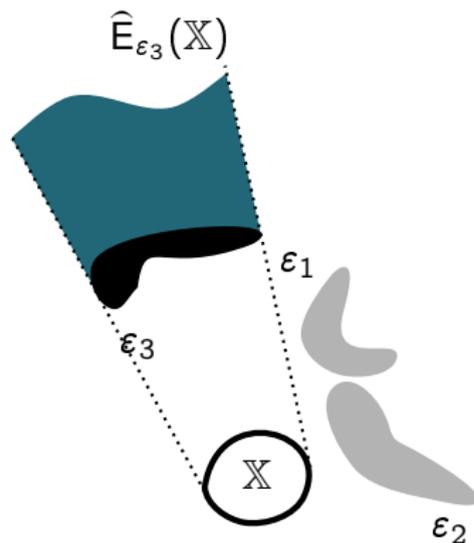
- $\mathcal{E} = \bigcup_{j=1}^{n_O} \varepsilon_j$
- $E_{\mathcal{E}}(\mathbb{X}) = \bigcap_{j=1}^{n_O} E_{\varepsilon_j}(\mathbb{X})$
- $\hat{E}_{\mathcal{E}}(\mathbb{X}) \supseteq \bigcup_{j=1}^{n_O} \hat{E}_{\varepsilon_j}(\mathbb{X})$





Considération d'un environnement

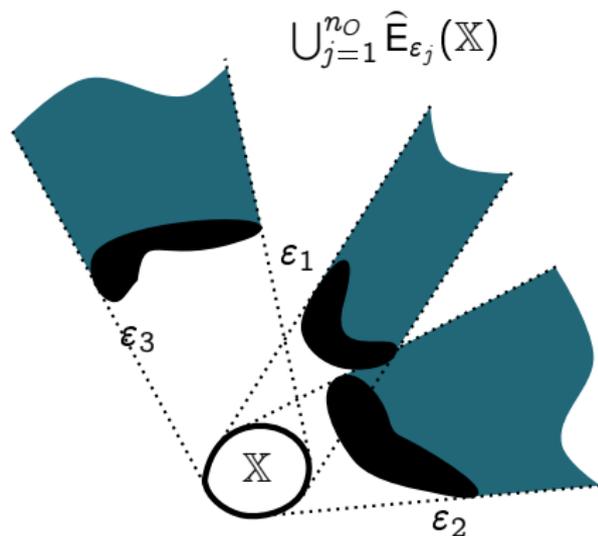
- $\mathcal{E} = \bigcup_{j=1}^{n_O} \varepsilon_j$
- $E_{\mathcal{E}}(\mathbb{X}) = \bigcap_{j=1}^{n_O} E_{\varepsilon_j}(\mathbb{X})$
- $\hat{E}_{\mathcal{E}}(\mathbb{X}) \supseteq \bigcup_{j=1}^{n_O} \hat{E}_{\varepsilon_j}(\mathbb{X})$





Considération d'un environnement

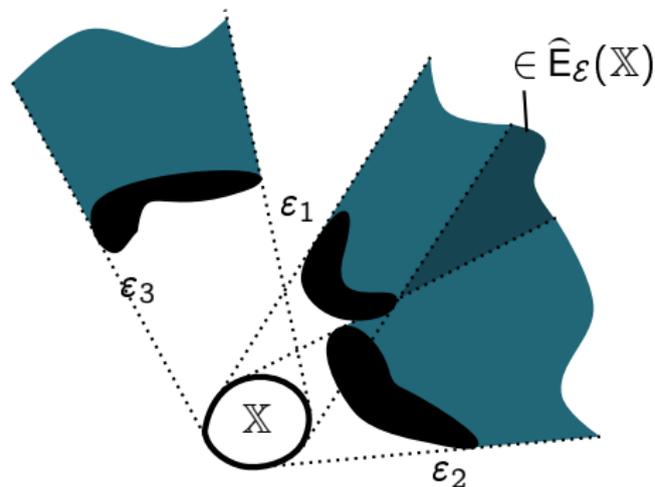
- $\mathcal{E} = \bigcup_{j=1}^{n_O} \varepsilon_j$
- $E_{\mathcal{E}}(\mathbb{X}) = \bigcap_{j=1}^{n_O} E_{\varepsilon_j}(\mathbb{X})$
- $\hat{E}_{\mathcal{E}}(\mathbb{X}) \supseteq \bigcup_{j=1}^{n_O} \hat{E}_{\varepsilon_j}(\mathbb{X})$





Considération d'un environnement

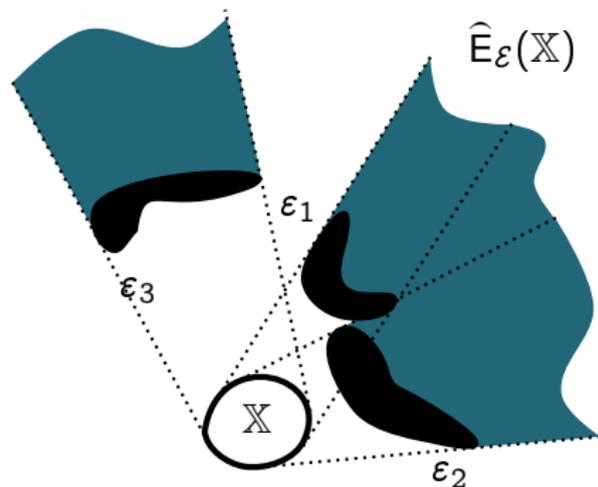
- $\mathcal{E} = \bigcup_{j=1}^{n_O} \varepsilon_j$
- $E_{\mathcal{E}}(\mathbb{X}) = \bigcap_{j=1}^{n_O} E_{\varepsilon_j}(\mathbb{X})$
- $\hat{E}_{\mathcal{E}}(\mathbb{X}) \supseteq \bigcup_{j=1}^{n_O} \hat{E}_{\varepsilon_j}(\mathbb{X})$





Considération d'un environnement

- $\mathcal{E} = \bigcup_{j=1}^{n_O} \varepsilon_j$
- $E_{\mathcal{E}}(\mathbb{X}) = \bigcap_{j=1}^{n_O} E_{\varepsilon_j}(\mathbb{X})$
- $\hat{E}_{\mathcal{E}}(\mathbb{X}) \supseteq \bigcup_{j=1}^{n_O} \hat{E}_{\varepsilon_j}(\mathbb{X})$





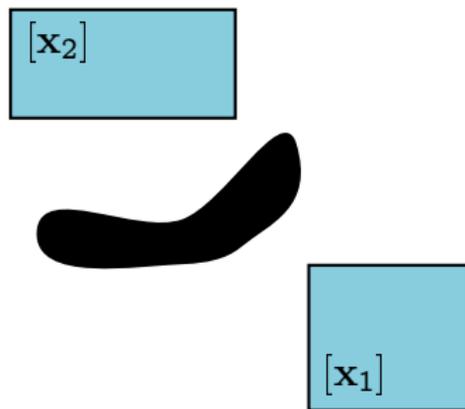
Objectifs

- Développer un contracteur associé à la contrainte $(\mathbf{x}_1 \vee \mathbf{x}_2)_\varepsilon$



Objectifs

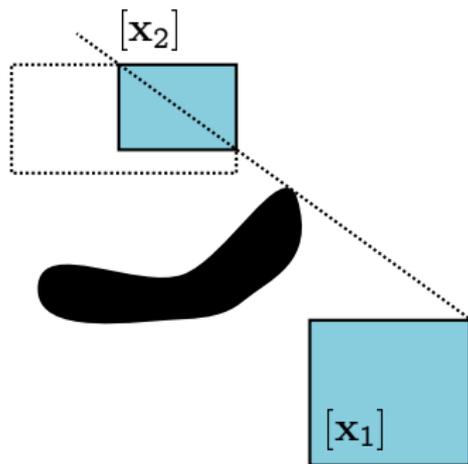
- Développer un contracteur associé à la contrainte $(\mathbf{x}_1 \vee \mathbf{x}_2)_\mathcal{E}$
 - $\mathbf{x}_1 \in [\mathbf{x}_1]$ et $\mathbf{x}_2 \in [\mathbf{x}_2]$
 - $(\mathbf{x}_1 \vee \mathbf{x}_2)_\mathcal{E} \Rightarrow \mathbf{x}_2 \notin \hat{E}_\mathcal{E}([\mathbf{x}_1])$ et $\mathbf{x}_1 \notin \hat{E}_\mathcal{E}([\mathbf{x}_2])$





Objectifs

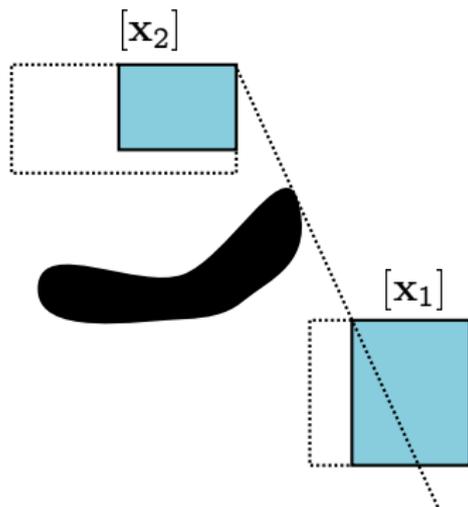
- Développer un contracteur associé à la contrainte $(\mathbf{x}_1 \vee \mathbf{x}_2)_\mathcal{E}$
 - $\mathbf{x}_1 \in [\mathbf{x}_1]$ et $\mathbf{x}_2 \in [\mathbf{x}_2]$
 - $(\mathbf{x}_1 \vee \mathbf{x}_2)_\mathcal{E} \Rightarrow \mathbf{x}_2 \notin \hat{\mathbf{E}}_\mathcal{E}([\mathbf{x}_1])$ et $\mathbf{x}_1 \notin \hat{\mathbf{E}}_\mathcal{E}([\mathbf{x}_2])$





Objectifs

- Développer un contracteur associé à la contrainte $(\mathbf{x}_1 \vee \mathbf{x}_2)_\varepsilon$
 - $\mathbf{x}_1 \in [\mathbf{x}_1]$ et $\mathbf{x}_2 \in [\mathbf{x}_2]$
 - $(\mathbf{x}_1 \vee \mathbf{x}_2)_\varepsilon \Rightarrow \mathbf{x}_2 \notin \hat{E}_\varepsilon([\mathbf{x}_1])$ et $\mathbf{x}_1 \notin \hat{E}_\varepsilon([\mathbf{x}_2])$





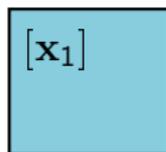
Objectifs

- Développer un contracteur associé à la contrainte $(\mathbf{x}_1 \vee \mathbf{x}_2)_\varepsilon$
- Développer un contracteur associé à la contrainte $(\mathbf{x}_1 \bar{\vee} \mathbf{x}_2)_\varepsilon$



Objectifs

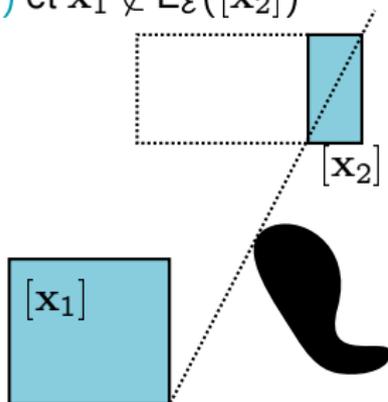
- Développer un contracteur associé à la contrainte $(\mathbf{x}_1 \mathbf{V} \mathbf{x}_2)_\mathcal{E}$
- Développer un contracteur associé à la contrainte $(\mathbf{x}_1 \bar{\mathbf{V}} \mathbf{x}_2)_\mathcal{E}$
 - $\mathbf{x}_1 \in [\mathbf{x}_1]$ et $\mathbf{x}_2 \in [\mathbf{x}_2]$
 - $(\mathbf{x}_1 \bar{\mathbf{V}} \mathbf{x}_2)_\mathcal{E} \Rightarrow \mathbf{x}_2 \notin E_\mathcal{E}([\mathbf{x}_1])$ et $\mathbf{x}_1 \notin E_\mathcal{E}([\mathbf{x}_2])$





Objectifs

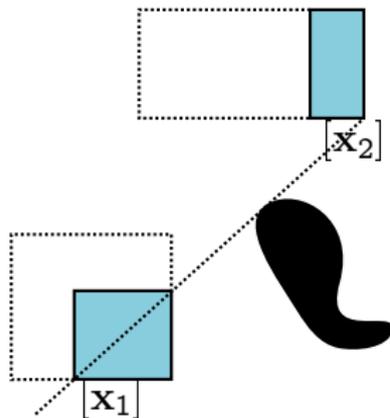
- Développer un contracteur associé à la contrainte $(\mathbf{x}_1 \mathbf{V} \mathbf{x}_2)_\varepsilon$
- Développer un contracteur associé à la contrainte $(\mathbf{x}_1 \bar{\mathbf{V}} \mathbf{x}_2)_\varepsilon$
 - $\mathbf{x}_1 \in [\mathbf{x}_1]$ et $\mathbf{x}_2 \in [\mathbf{x}_2]$
 - $(\mathbf{x}_1 \bar{\mathbf{V}} \mathbf{x}_2)_\varepsilon \Rightarrow \mathbf{x}_2 \notin \mathbf{E}_\varepsilon([\mathbf{x}_1])$ et $\mathbf{x}_1 \notin \mathbf{E}_\varepsilon([\mathbf{x}_2])$





Objectifs

- Développer un contracteur associé à la contrainte $(\mathbf{x}_1 \mathbf{V} \mathbf{x}_2)_\varepsilon$
- Développer un contracteur associé à la contrainte $(\mathbf{x}_1 \bar{\mathbf{V}} \mathbf{x}_2)_\varepsilon$
 - $\mathbf{x}_1 \in [\mathbf{x}_1]$ et $\mathbf{x}_2 \in [\mathbf{x}_2]$
 - $(\mathbf{x}_1 \bar{\mathbf{V}} \mathbf{x}_2)_\varepsilon \Rightarrow \mathbf{x}_2 \notin E_\varepsilon([\mathbf{x}_1])$ et $\mathbf{x}_1 \notin E_\varepsilon([\mathbf{x}_2])$





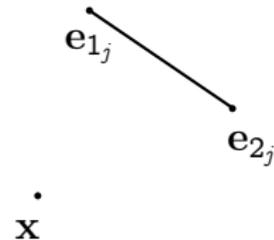
Plan de la présentation

- 1 Introduction
- 2 Méthode ensembliste de localisation globale
- 3 **Visibilité pour la localisation**
 - Présentation générale
 - Contracteurs de visibilité**
 - Localisation d'une meute de robots
 - Localisation globale d'un robot
- 4 Conclusion et perspectives



Visibilité d'un point

- Avec un obstacle de type segment - $\varepsilon_j^s = \text{Seg}(e_{1j}, e_{2j})$





Visibilité d'un point

- Avec un obstacle de type segment - $\varepsilon_j^s = \text{Seg}(\mathbf{e}_{1_j}, \mathbf{e}_{2_j})$
 → Espace visible

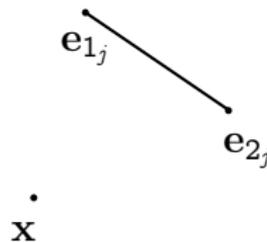
$$E_{\varepsilon_j^s}(\mathbf{x}) = \{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^2 \mid$$

$$[\mathbf{x}_i \cup \mathbf{x}] \cap [\mathbf{e}_{1_j} \cup \mathbf{e}_{2_j}] = \emptyset \vee$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{e}_{2_j} - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x} - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x} - \mathbf{e}_{2_j}) < 0\}$$





Visibilité d'un point

- Avec un obstacle de type segment - $\varepsilon_j^s = \text{Seg}(\mathbf{e}_{1j}, \mathbf{e}_{2j})$
 → Espace visible

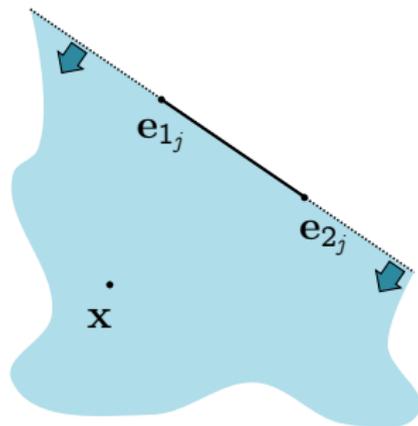
$$E_{\varepsilon_j^s}(\mathbf{x}) = \{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^2 \mid$$

$$[\mathbf{x}_i \cup \mathbf{x}] \cap [\mathbf{e}_{1j} \cup \mathbf{e}_{2j}] = \emptyset \vee$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1j} \mid \mathbf{e}_{2j} - \mathbf{e}_{1j}) > 0 \vee$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1j} \mid \mathbf{x} - \mathbf{e}_{1j}) > 0 \vee$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2j} \mid \mathbf{x} - \mathbf{e}_{2j}) < 0\}$$





Visibilité d'un point

- Avec un obstacle de type segment - $\varepsilon_j^s = \text{Seg}(\mathbf{e}_{1j}, \mathbf{e}_{2j})$
 → Espace visible

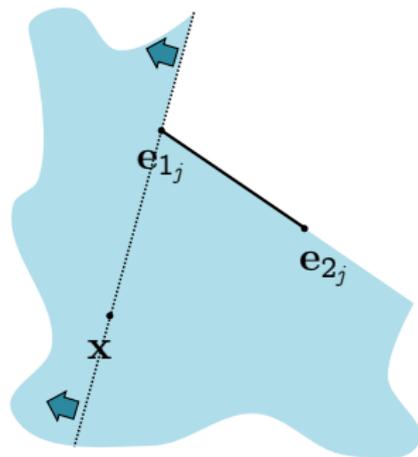
$$E_{\varepsilon_j^s}(\mathbf{x}) = \{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^2 \mid$$

$$[\mathbf{x}_i \cup \mathbf{x}] \cap [\mathbf{e}_{1j} \cup \mathbf{e}_{2j}] = \emptyset \vee$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1j} \mid \mathbf{e}_{2j} - \mathbf{e}_{1j}) > 0 \vee$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1j} \mid \mathbf{x} - \mathbf{e}_{1j}) > 0 \vee$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2j} \mid \mathbf{x} - \mathbf{e}_{2j}) < 0\}$$





Visibilité d'un point

- Avec un obstacle de type segment - $\varepsilon_j^s = \text{Seg}(\mathbf{e}_{1_j}, \mathbf{e}_{2_j})$
 → Espace visible

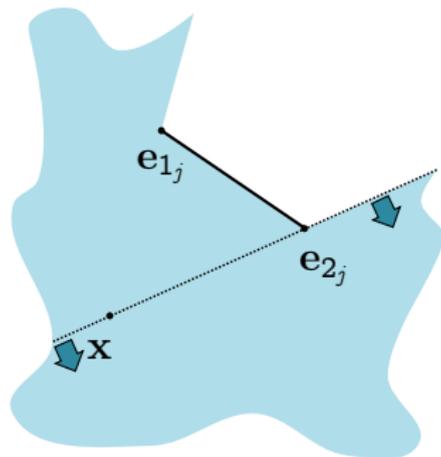
$$E_{\varepsilon_j^s}(\mathbf{x}) = \{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^2 \mid$$

$$[\mathbf{x}_i \cup \mathbf{x}] \cap [\mathbf{e}_{1_j} \cup \mathbf{e}_{2_j}] = \emptyset \vee$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{e}_{2_j} - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x} - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x} - \mathbf{e}_{2_j}) < 0\}$$





Visibilité d'un point

- Avec un obstacle de type segment - $\varepsilon_j^s = \text{Seg}(\mathbf{e}_{1_j}, \mathbf{e}_{2_j})$
 → Espace visible

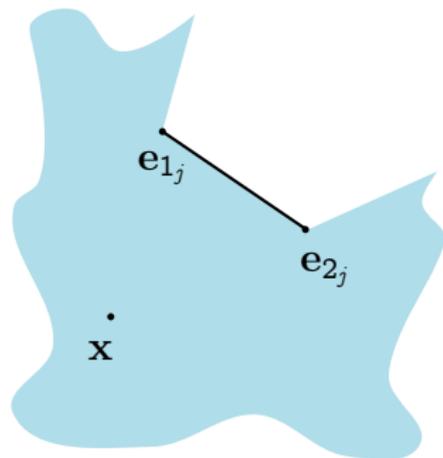
$$E_{\varepsilon_j^s}(\mathbf{x}) = \{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^2 \mid$$

$$[\mathbf{x}_i \cup \mathbf{x}] \cap [\mathbf{e}_{1_j} \cup \mathbf{e}_{2_j}] = \emptyset \vee$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{e}_{2_j} - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x} - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x} - \mathbf{e}_{2_j}) < 0\}$$





Visibilité d'un point

- Avec un obstacle de type segment - $\varepsilon_j^s = \text{Seg}(\mathbf{e}_{1_j}, \mathbf{e}_{2_j})$
 - Espace visible
 - Espace non-visible

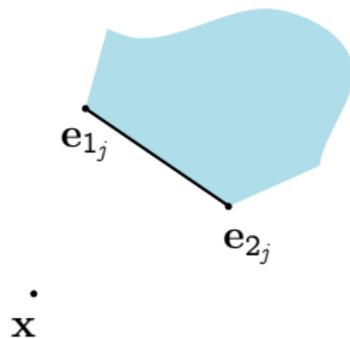
$$\widehat{\mathbf{E}}_{\varepsilon_j^s}(\mathbf{x}) = \{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^2 \mid$$

$$[\mathbf{x}_i \cup \mathbf{x}] \cap [\mathbf{e}_{1_j} \cup \mathbf{e}_{2_j}] \neq \emptyset \wedge$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{e}_{2_j} - \mathbf{e}_{1_j}) \leq 0 \wedge$$

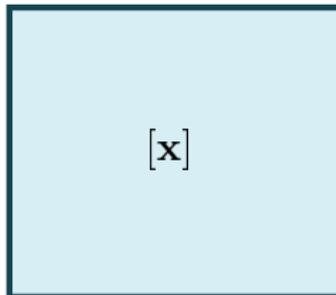
$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x} - \mathbf{e}_{1_j}) \leq 0 \wedge$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x} - \mathbf{e}_{2_j}) \geq 0\}$$



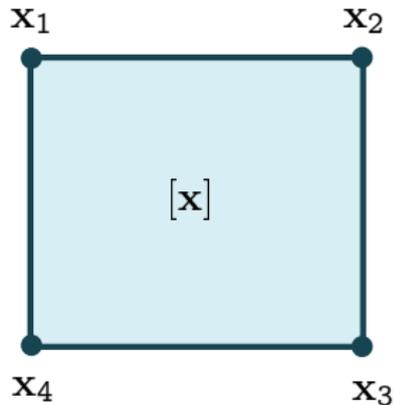


Visibilité d'un segment





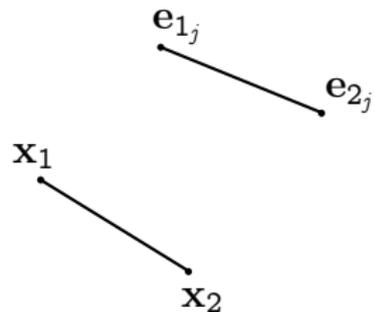
Visibilité d'un segment





Visibilité d'un segment

- Avec un obstacle de type segment - $\varepsilon_j^s = \text{Seg}(e_{1j}, e_{2j})$





Visibilité d'un segment

- Avec un obstacle de type segment - $\varepsilon_j^s = \text{Seg}(e_{1j}, e_{2j})$

→ Espace visible - $E_{\varepsilon_j^s}(\text{Seg}(x_1, x_2))$

$$E_{\varepsilon_j^s}(\text{Seg}(x_1, x_2)) = \{x_i \in \mathbb{R}^2 \mid$$

$$(\zeta_{x_1} = \zeta_{x_2}) \wedge (\zeta_{x_1} \det(x_i - e_{1j} \mid e_{2j} - e_{1j}) > 0 \vee$$

$$\zeta_{x_1} \det(x_i - e_{1j} \mid x_1 - e_{1j}) > 0 \wedge \zeta_{x_2} \det(x_i - e_{1j} \mid x_2 - e_{1j}) > 0 \vee$$

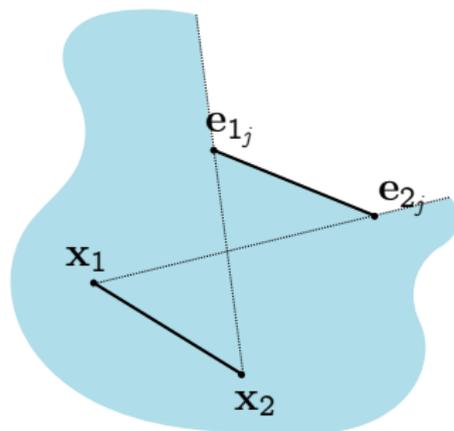
$$\zeta_{x_1} \det(x_i - e_{2j} \mid x_1 - e_{2j}) < 0 \wedge \zeta_{x_2} \det(x_i - e_{2j} \mid x_2 - e_{2j}) < 0) \vee$$

$$(\zeta_{x_1} = -\zeta_{x_2}) \wedge ($$

$$(\zeta_{e_1} \det(x_i - e_{1j} \mid x_1 - e_{1j}) > 0 \vee \zeta_{e_1} \det(x_i - e_{1j} \mid x_2 - e_{1j}) < 0) \wedge$$

$$(\zeta_{e_2} \det(x_i - e_{2j} \mid x_1 - e_{2j}) > 0 \vee \zeta_{e_2} \det(x_i - e_{2j} \mid x_2 - e_{2j}) < 0) \vee$$

$$([x_i \cup x_1 \cup x_2] \cap [e_{1j} \cup e_{2j}] = \emptyset) \}.$$

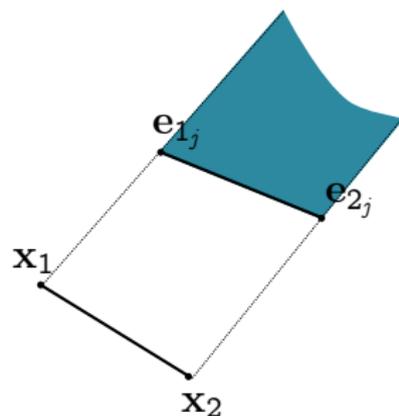




Visibilité d'un segment

- Avec un obstacle de type segment - $\varepsilon_j^s = \text{Seg}(e_{1j}, e_{2j})$
 - Espace visible - $E_{\varepsilon_j^s}(\text{Seg}(x_1, x_2))$
 - Espace non-visible - $\widehat{E}_{\varepsilon_j^s}(\text{Seg}(x_1, x_2))$

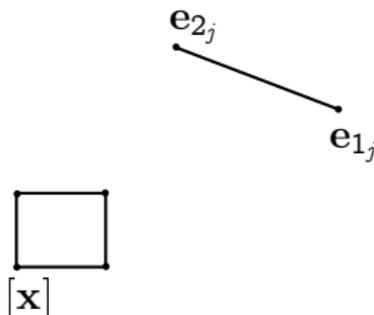
$$\widehat{E}_{\varepsilon_j^s}(\text{Seg}(x_1, x_2)) = \widehat{E}_{\varepsilon_j^s}(x_1) \cap \widehat{E}_{\varepsilon_j^s}(x_2)$$





Visibilité d'une boîte

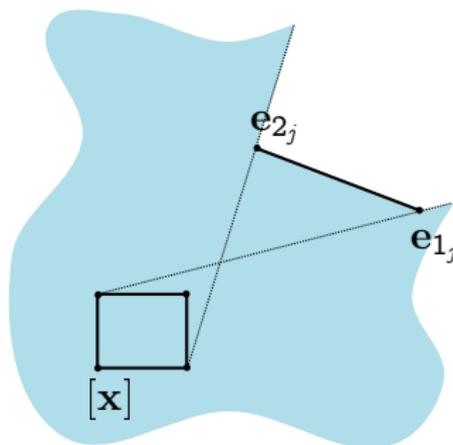
- Avec un obstacle de type segment - $\varepsilon_j^s = \text{Seg}(e_{1j}, e_{2j})$





Visibilité d'une boîte

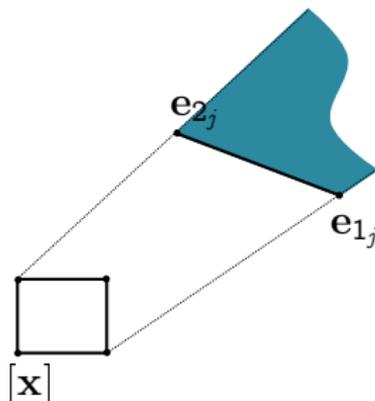
- Avec un obstacle de type segment - $\varepsilon_j^s = \text{Seg}(e_{1j}, e_{2j})$
 → Espace visible - $E_{\varepsilon_j^s}([x])$





Visibilité d'une boîte

- Avec un obstacle de type segment - $\varepsilon_j^s = \text{Seg}(\mathbf{e}_{1j}, \mathbf{e}_{2j})$
 - Espace visible - $E_{\varepsilon_j^s}([\mathbf{x}])$
 - Espace non-visible - $\hat{E}_{\varepsilon_j^s}([\mathbf{x}])$

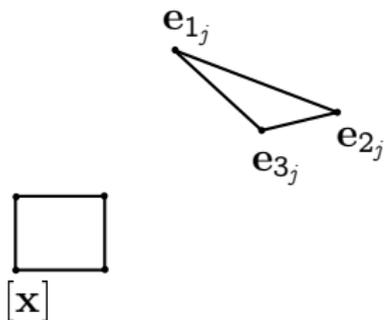




Obstacle de type polygone convexe

- Polygone convexe : ensemble de segments

$$\rightarrow \varepsilon_j^p = \bigcup_{k=1}^{n_{P_j}} \varepsilon_k^s$$



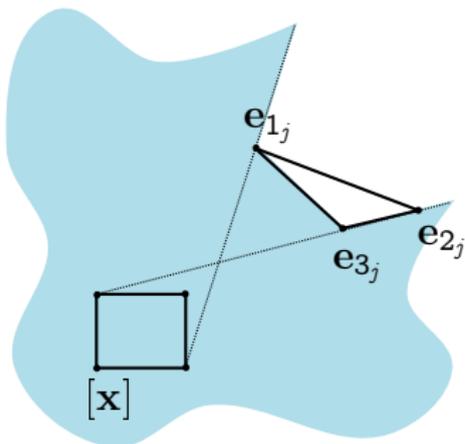


Obstacle de type polygone convexe

- Polygone convexe : ensemble de segments

$$\rightarrow \varepsilon_j^p = \bigcup_{k=1}^{n_{P_j}} \varepsilon_k^s$$

$$\rightarrow E_{\varepsilon_j^p}([\mathbf{x}]) = \bigcap_{k=1}^{n_{P_j}} E_{\varepsilon_k^s}([\mathbf{x}])$$





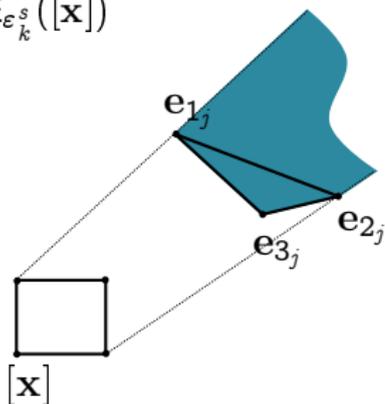
Obstacle de type polygone convexe

- Polygone convexe : ensemble de segments

$$\rightarrow \varepsilon_j^p = \bigcup_{k=1}^{n_{P_j}} \varepsilon_k^s$$

$$\rightarrow E_{\varepsilon_j^p}([\mathbf{x}]) = \bigcap_{k=1}^{n_{P_j}} E_{\varepsilon_k^s}([\mathbf{x}])$$

$$\rightarrow \widehat{E}_{\varepsilon_j^p}([\mathbf{x}]) = \bigcup_{k=1}^{n_{P_j}} \widehat{E}_{\varepsilon_k^s}([\mathbf{x}])$$





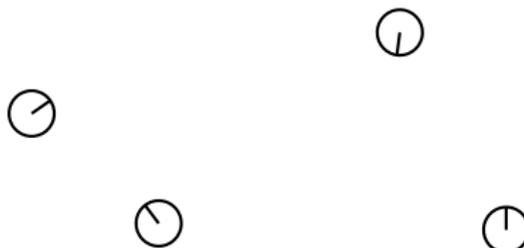
Plan de la présentation

- 1 Introduction
- 2 Méthode ensembliste de localisation globale
- 3 **Visibilité pour la localisation**
 - Présentation générale
 - Contracteurs de visibilité
 - Localisation d'une meute de robots**
 - Localisation globale d'un robot
- 4 Conclusion et perspectives



Présentation du problème

- Meute de robots





Présentation du problème

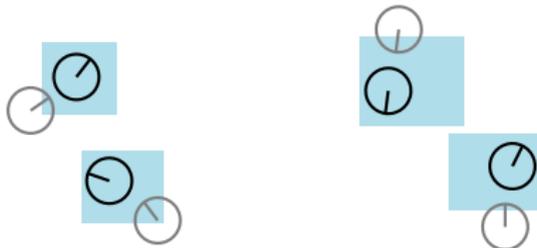
- Meute de robots
- Postures initiales connues





Présentation du problème

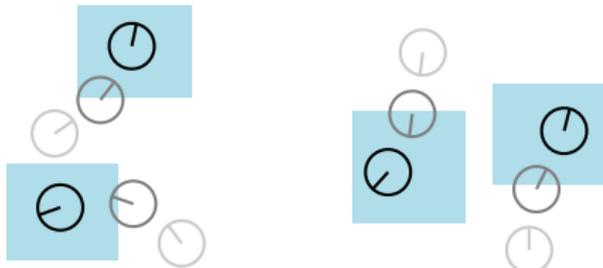
- Meute de robots
- Postures initiales connues





Présentation du problème

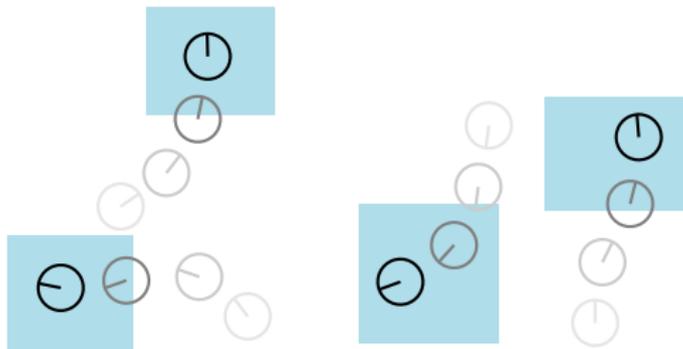
- Meute de robots
- Postures initiales connues





Présentation du problème

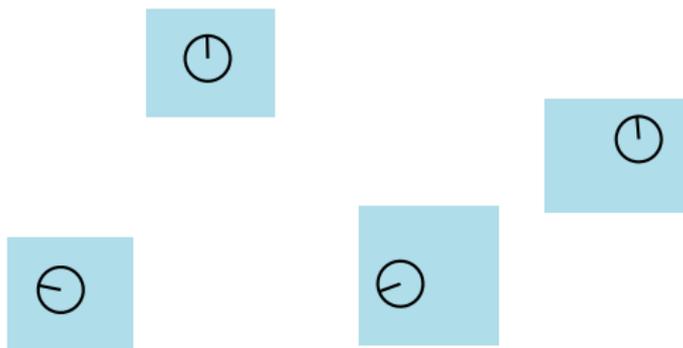
- Meute de robots
- Postures initiales connues





Présentation du problème

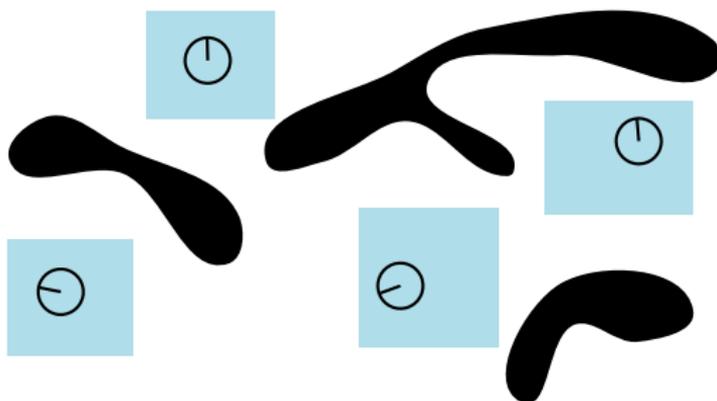
- Meute de robots
- Postures initiales connues
 - Dérive des robots





Présentation du problème

- Meute de robots
- Postures initiales connues
- Environnement connu





Présentation du problème

- Meute de robots
- Postures initiales connues
- Environnement connu
- Est-il possible d'éviter la dérive des robots en utilisant une mesure booléenne : la visibilité entre les robots ?



Les robots

- Contexte à erreurs bornées

$$\rightarrow \mathbf{q}_{i,0} \in [\mathbf{q}_{i,0}]$$



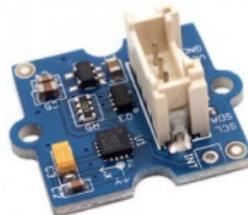
Les robots

- Contexte à erreurs bornées
- Évaluation de l'orientation à l'aide d'une boussole

$$\rightarrow \theta_{i,k} \in [\theta_{i,k}]$$



Boussole CMPS10



Boussole SEN12753P



Les robots

- Contexte à erreurs bornées
- Évaluation de l'orientation à l'aide d'une boussole
- Communication inter-robots
 - À chaque instant k les robots ont connaissance des postures de l'ensemble de la meute



Les robots

- Contexte à erreurs bornées
- Évaluation de l'orientation à l'aide d'une boussole
- Communication inter-robots
- Mesures booléennes
 - r_1 voit $r_2 \Leftrightarrow (\mathbf{x}_1 \mathbf{V} \mathbf{x}_2)_{\mathcal{E}}$
 - r_1 ne voit pas $r_2 \Leftrightarrow (\mathbf{x}_1 \bar{\mathbf{V}} \mathbf{x}_2)_{\mathcal{E}}$
 - $\mathbf{z}_{i,k} = \{0, 1, \dots, 1\}$
 - 0 : le robot r_i ne voit pas le premier robot
 - 1 : le robot r_i voit le deuxième robot
 - ...
 - 1 : le robot r_i voit le dernier robot

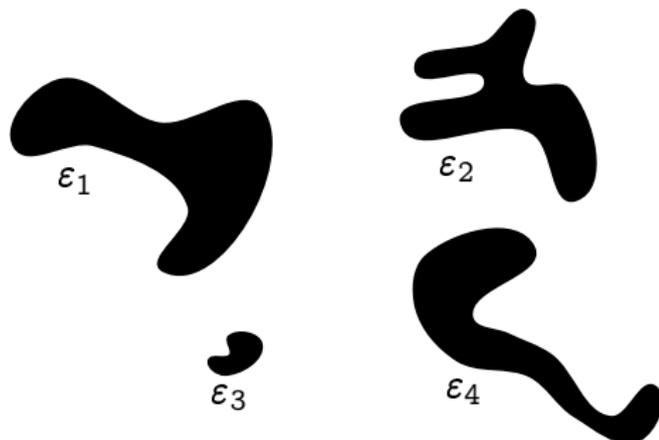


Caractérisation de l'environnement

- Environnement \mathcal{E}

→ $\mathcal{E} = \bigcup_{j=1}^{n_o} \varepsilon_j$

→ Caractérisation en polygones convexes

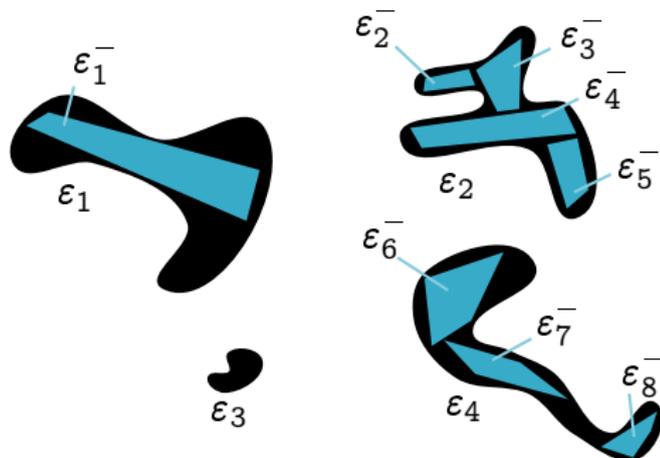




Caractérisation de l'environnement

- Environnement \mathcal{E}
- Caractérisation intérieure \mathcal{E}^-

$$\rightarrow \mathcal{E}^- \subseteq \mathcal{E}$$

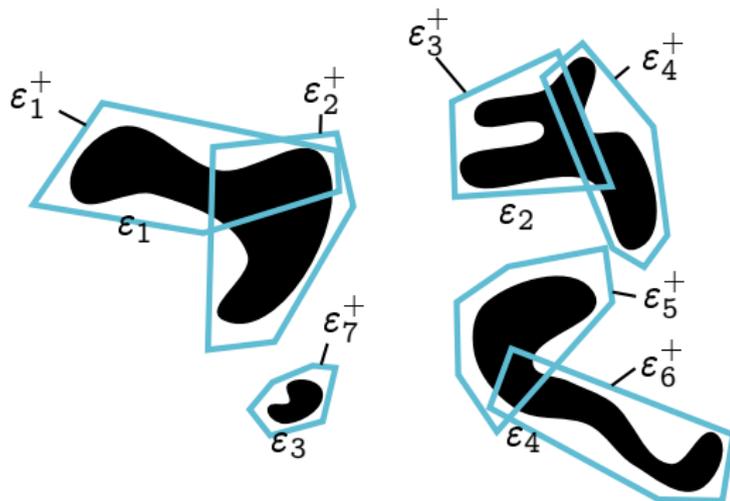




Caractérisation de l'environnement

- Environnement \mathcal{E}
- Caractérisation intérieure \mathcal{E}^-
- Caractérisation extérieure \mathcal{E}^+

$$\rightarrow \mathcal{E} \subseteq \mathcal{E}^+$$





Caractérisation de l'environnement

- Environnement \mathcal{E}
- Caractérisation intérieure \mathcal{E}^-
- Caractérisation extérieure \mathcal{E}^+
- Environnement/Caractérisations

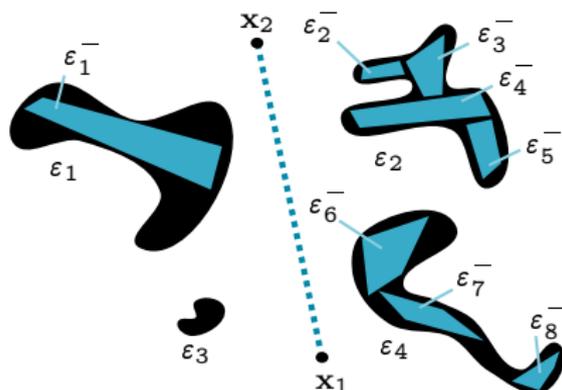


Caractérisation de l'environnement

- Environnement \mathcal{E}
- Caractérisation intérieure \mathcal{E}^-
- Caractérisation extérieure \mathcal{E}^+
- Environnement/Caractérisations

→ r_1 voit $r_2 \Rightarrow (x_1 \vee x_2)_{\mathcal{E}^-}$

- $x_1 \in E_{\mathcal{E}^-}(x_2), x_1 \notin \widehat{E}_{\mathcal{E}^-}(x_2)$
- $x_2 \in E_{\mathcal{E}^-}(x_1), x_2 \notin \widehat{E}_{\mathcal{E}^-}(x_1)$





Caractérisation de l'environnement

- Environnement \mathcal{E}
- Caractérisation intérieure \mathcal{E}^-
- Caractérisation extérieure \mathcal{E}^+
- Environnement/Caractérisations

→ r_1 voit $r_2 \Rightarrow (x_1 \bar{V} x_2)_{\mathcal{E}^-}$

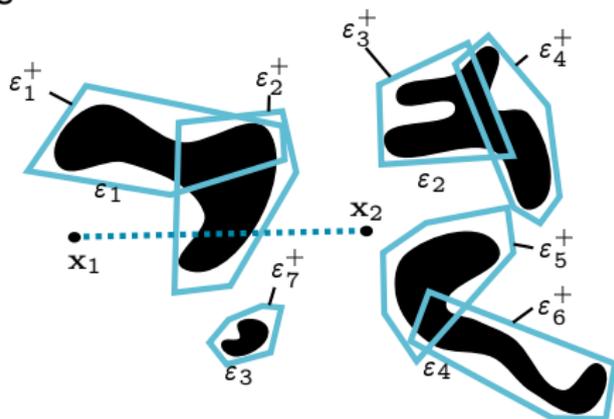
– $x_1 \in E_{\mathcal{E}^-}(x_2), x_1 \notin \widehat{E}_{\mathcal{E}^-}(x_2)$

– $x_2 \in E_{\mathcal{E}^-}(x_1), x_2 \notin \widehat{E}_{\mathcal{E}^-}(x_1)$

→ r_1 ne voit pas $r_2 \Rightarrow (x_1 \bar{V} x_2)_{\mathcal{E}^+}$

– $x_1 \in \widehat{E}_{\mathcal{E}^+}(x_2), x_1 \notin E_{\mathcal{E}^+}(x_2)$

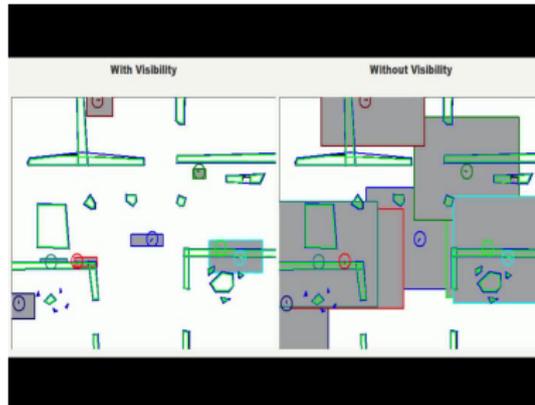
– $x_2 \in \widehat{E}_{\mathcal{E}^+}(x_1), x_2 \notin E_{\mathcal{E}^+}(x_1)$





Résultats

- Simulateur





Conclusion

- Localisation d'une meute de robots⁷
 - Traitement d'une information booléenne
 - Non-dérive des robots
 - Résultats dépendant du nombre de robots et de la configuration de l'environnement
 - Ajout de ces contracteurs à des méthodes de localisation classiques

7 - **Rémy Guyonneau, Sébastien Lagrange et Laurent Hardouin.** *A Visibility Information for Multi-Robot Localization.* In IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), 2013.

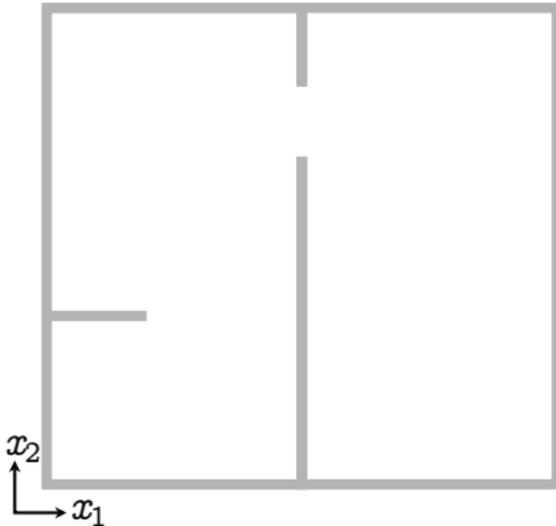


Plan de la présentation

- 1 Introduction
- 2 Méthode ensembliste de localisation globale
- 3 **Visibilité pour la localisation**
 - Présentation générale
 - Contracteurs de visibilité
 - Localisation d'une meute de robots
 - Localisation globale d'un robot**
- 4 Conclusion et perspectives

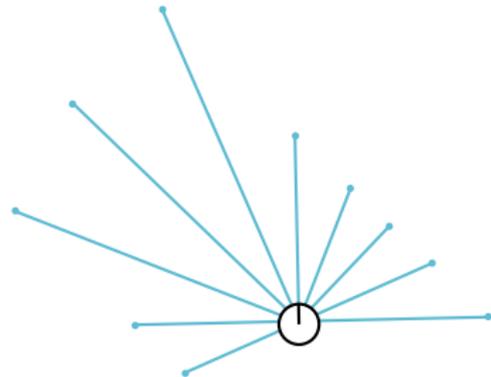
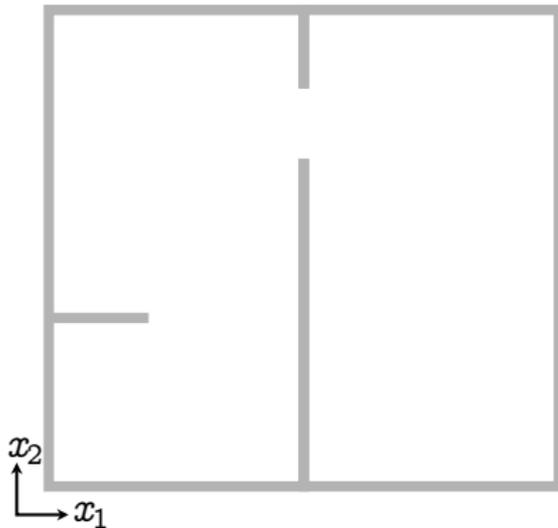


Problème



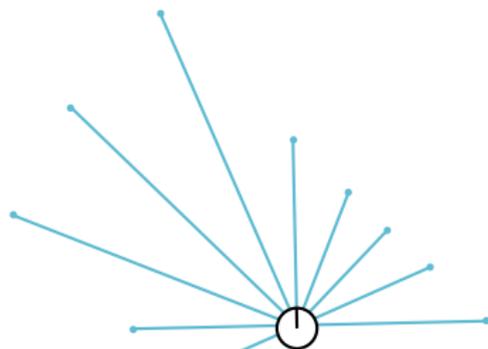
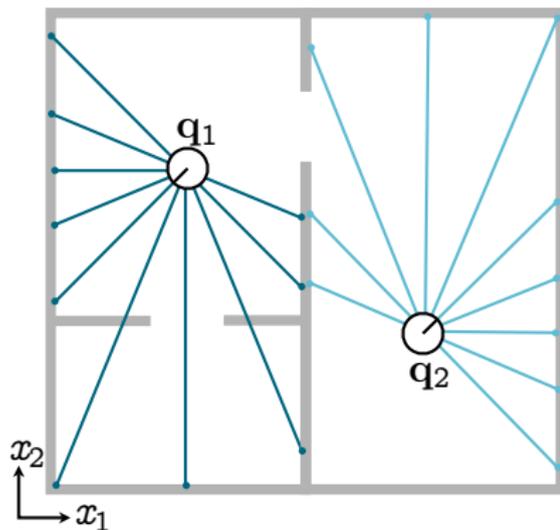


Problème





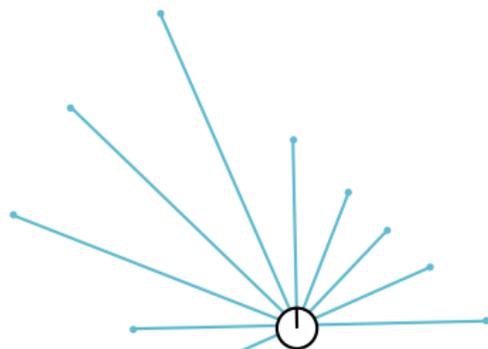
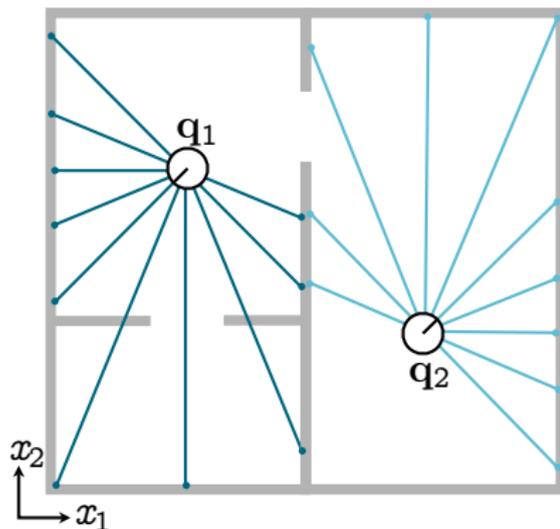
Problème



Deux postures sont compatibles avec les contraintes !



Problème



Comment tenir compte de l'intersection d'une mesure laser dans le CSP de l'algorithme IAL ?



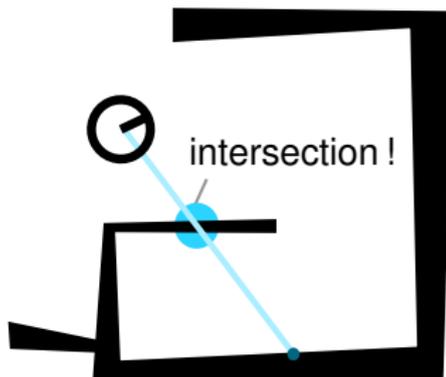
Ajout d'une nouvelle contrainte

- Présentation de la contrainte



Ajout d'une nouvelle contrainte

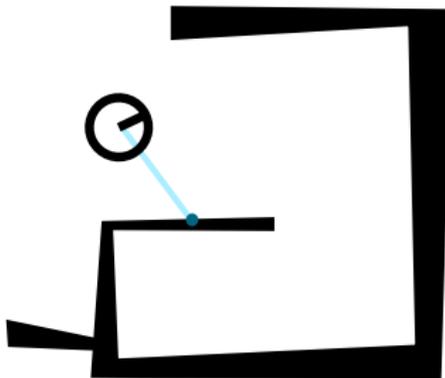
- Présentation de la contrainte
 - le rayon laser de la mesure ne doit pas intersecter d'obstacle





Ajout d'une nouvelle contrainte

- Présentation de la contrainte
 - le rayon laser de la mesure ne doit pas intersecter d'obstacle





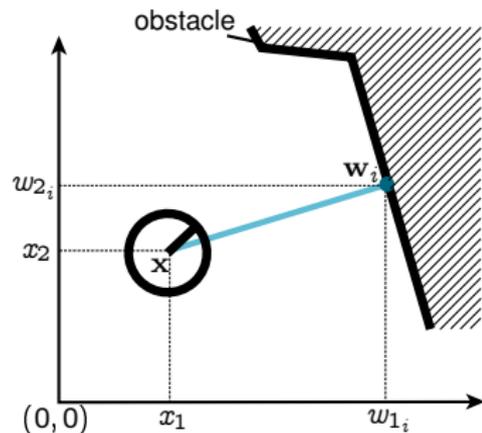
Ajout d'une nouvelle contrainte

- Présentation de la contrainte
- Formalisation de la contrainte



Ajout d'une nouvelle contrainte

- Présentation de la contrainte
- Formalisation de la contrainte

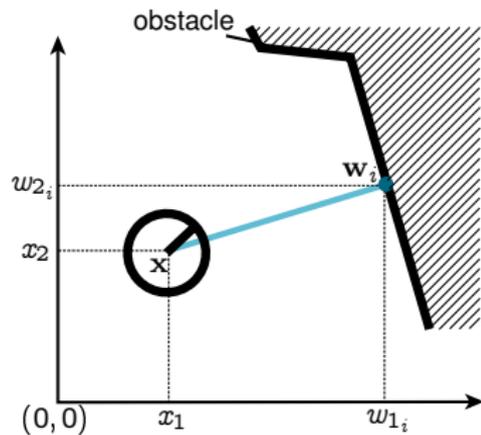


→ Relation de visibilité entre le robot et tous les obstacles détectés



Ajout d'une nouvelle contrainte

- Présentation de la contrainte
- Formalisation de la contrainte



→ Relation de visibilité entre le robot et tous les obstacles détectés

→ $\forall \varepsilon_j \in \mathcal{E}, \forall i, (\mathbf{x} \vee \mathbf{w}_i)_{\varepsilon_j}$



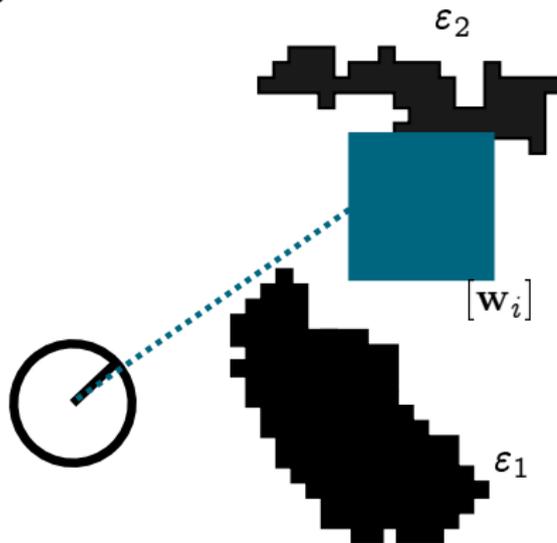
Caractérisation de l'environnement

- Contraction sur une information de visibilité
- Caractérisation intérieure



Caractérisation de l'environnement

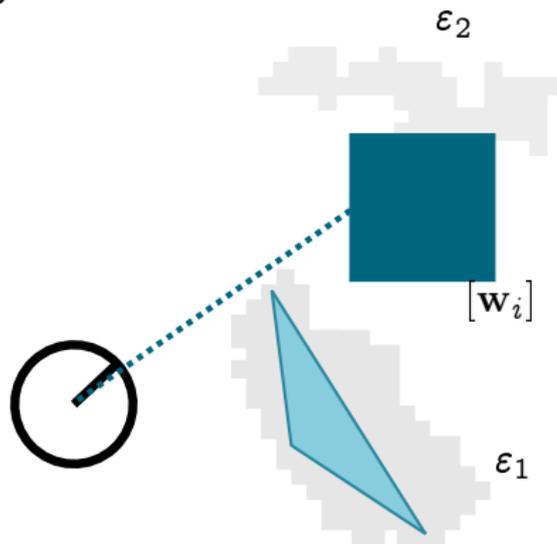
- Contraction sur une information de visibilité
- Caractérisation intérieure





Caractérisation de l'environnement

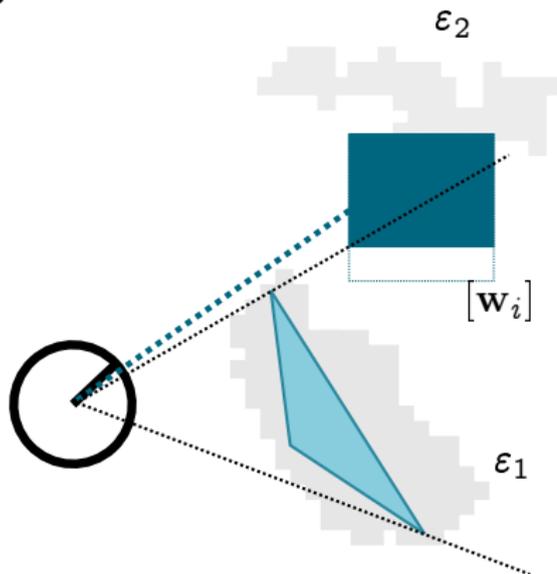
- Contraction sur une information de visibilité
- Caractérisation intérieure





Caractérisation de l'environnement

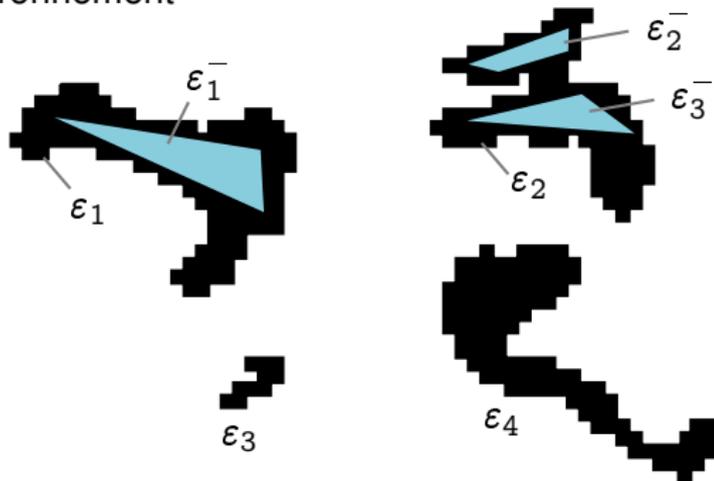
- Contraction sur une information de visibilité
- Caractérisation intérieure





Caractérisation de l'environnement

- Contraction sur une information de visibilité
- Caractérisation intérieure
- Caractérisation de l'environnement





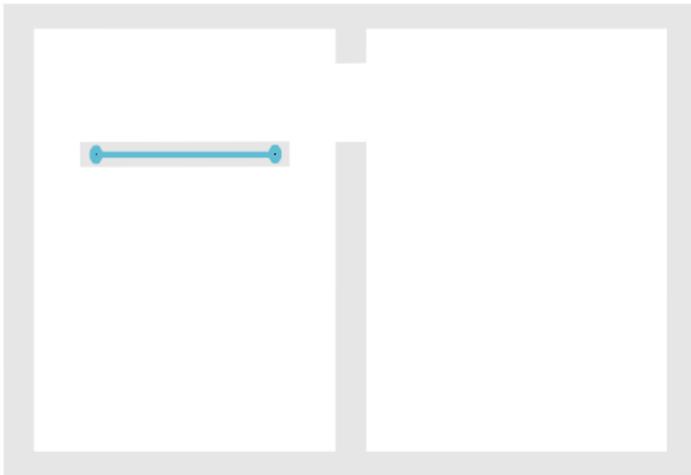
Exemple



Environnement considéré



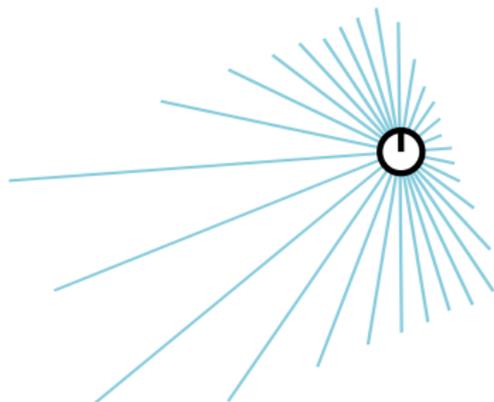
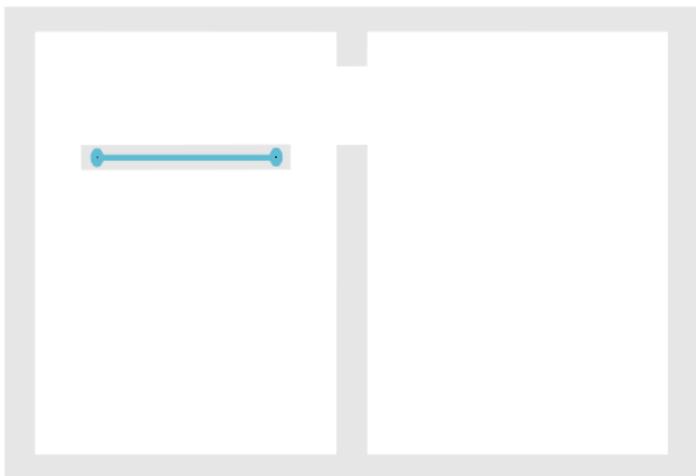
Exemple



Caractérisation intérieure



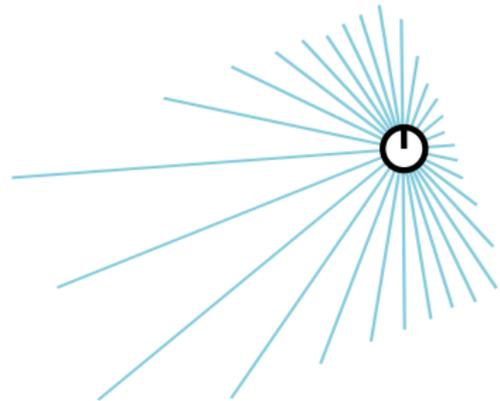
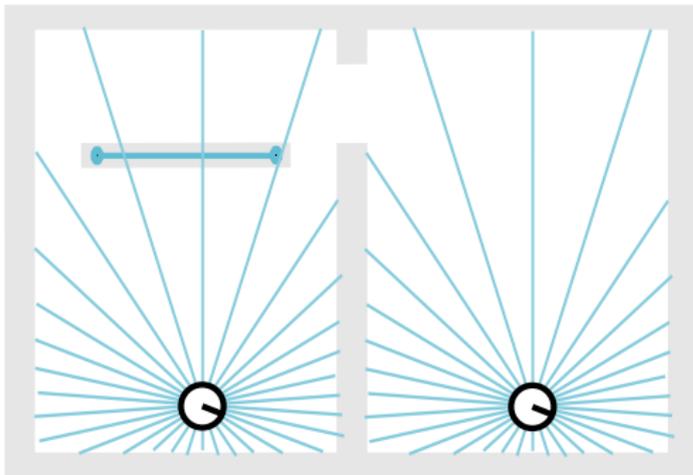
Exemple



Jeu de mesures considéré



Exemple



Résultat sans visibilité



Conclusion

- Amélioration du résultat de la localisation
 - Limitation des symétries
- Utilisation des contracteurs de visibilité
- Nécessite une caractérisation intérieure
 - Technique de vectorisation
 - Possibilité de ne pas caractériser tout l'environnement

Plan de la présentation

- ① Introduction
- ② Méthode ensembliste de localisation globale
- ③ Visibilité pour la localisation
- ④ Conclusion et perspectives
 - Bilan
 - Perspectives



Bilan

- Méthode ensembliste de localisation globale
 - Développement d'un algorithme ensembliste de localisation globale
 - Validation de l'algorithme à l'aide de différentes expérimentations
 - Méthode efficace en condition réelle
 - Méthode robuste
- Contracteurs de visibilité
 - Formalisation originale de l'information de visibilité
 - Contracteurs de visibilité optimaux
 - Deux applications à la localisation
 - Localisation d'une meute de robots
 - Traitement d'une contrainte relative aux mesures laser



Perspectives

- Méthode ensembliste de localisation globale
 - Propager l'information de localisation dans le temps
 - Planification de trajectoire ensembliste
- Contracteurs de visibilité
 - Limiter l'angle/la portée de la vision
 - Propager l'information de localisation dans le temps
 - SLAM ensembliste
 - Identifier de nouvelles applications
 - Déménageur de piano
 - ...



Annexes

- IAL
- Visibilité

Annexes - IAL

- Algorithme basique
- Ajout de bisections
- Prise en compte des valeurs aberrantes
- Le contracteur de $c_{\mathcal{E}_G}$
- Comparaison MCL/IAL

Algorithme basique

Algorithme 1: $IAL([\mathbf{q}_0], \mathcal{E}_G)$

Données : $[\mathbf{q}_0], \mathcal{E}_G$

```

1  $t = 0$ ; // Initialisation
2 tant que  $\Delta$  n'est pas vérifié faire
3   récupérer jeu de mesures  $\mathbf{z}_t$ ;
4    $[\mathbf{q}_t]^* = CSP([\mathbf{q}_t], [\mathbf{y}_{i,t}], [\gamma_{i,t}], [\mathbf{w}_{i,t}]_{\forall i}, \mathcal{E}_G)$ ; // Correction
5   déplacer le robot ; évaluer  $[\mathbf{u}_t]$ ;
6    $[\mathbf{q}_{t+1}] = f([\mathbf{q}_t]^*, [\mathbf{u}_t])$ ; // Prédiction
7    $t = t + 1$ ;
8 fin
9 // Dernière correction
10 récupérer jeu de mesures  $\mathbf{z}_t$ ;
11  $[\mathbf{q}_t]^* = CSP([\mathbf{q}_t], [\mathbf{y}_{i,t}], [\gamma_{i,t}], [\mathbf{w}_{i,t}]_{\forall i}, \mathcal{E}_G)$ ;
Résultat :  $[\mathbf{q}_t]^*$ 
  
```

Algorithme basique

Algorithme 1: $IAL([\mathbf{q}_0], \mathcal{E}_G)$

Données : $[\mathbf{q}_0], \mathcal{E}_G$

```

1  $t = 0$ ; // Initialisation
2 tant que  $\Delta$  n'est pas vérifié faire
3   récupérer jeu de mesures  $\mathbf{z}_t$ ;
4    $[\mathbf{q}_t]^* = CSP([\mathbf{q}_t], [\mathbf{y}_{i,t}], [\gamma_{i,t}], [\mathbf{w}_{i,t}]_{\forall i}, \mathcal{E}_G)$ ; // Correction
5   déplacer le robot ; évaluer  $[\mathbf{u}_t]$ ;
6    $[\mathbf{q}_{t+1}] = f([\mathbf{q}_t]^*, [\mathbf{u}_t])$ ; // Prédiction
7    $t = t + 1$ ;
8 fin
9 // Dernière correction
10 récupérer jeu de mesures  $\mathbf{z}_t$ ;
11  $[\mathbf{q}_t]^* = CSP([\mathbf{q}_t], [\mathbf{y}_{i,t}], [\gamma_{i,t}], [\mathbf{w}_{i,t}]_{\forall i}, \mathcal{E}_G)$ ;
Résultat :  $[\mathbf{q}_t]^*$ 

```

Ajout de bisections

Algorithme 1: $IAL([q_0], \mathcal{E}_G)$

Données : $[q_0], \mathcal{E}_G$

```

1   $t = 0$ ;  $Q_0 = \{[q_0]\}$ ; // Initialisation
2  tant que  $\Delta$  n'est pas vérifié faire
3    récupérer jeu de mesures  $z_t$ ;
4    tant que  $Q_t$  n'est pas vide faire
5       $[q_t] = Q_t.retirer\_derniere\_boite()$ ; // Récupération de la dernière boîte de  $Q_t$ 
6       $[q_t]^* = CSP([q_t], [y_i, t], [\gamma_i, t], [w_i, t], v_i, \mathcal{E}_G)$ ; // Correction
7      si  $[q_t]^*$  peut être bissectée alors
8         $([q_{1,t}], [q_{2,t}]) = Bissecter([q_t]^*)$ ;
9         $Q_t.ajouter([q_{1,t}])$ ;  $Q_t.ajouter([q_{2,t}])$ ;
10     sinon
11        $Q_t.ajouter([q_t]^*)$ ;
12     fin
13   fin
14   déplacer le robot; évaluer  $[u_t]$ ;
15   // Prédiction sur l'ensemble des boîtes de  $Q_t^*$ 
16   pour chaque  $[q_t]^* \in Q_t^*$  faire
17      $[q_{t+1}] = f([q_t]^*, [u_t])$ ;  $Q_{t+1}.ajouter([q_{t+1}])$ ;
18   fin
19    $t = t + 1$ ;
20 fin

```

Résultat : Q_t^*

Ajout de bisections

Algorithme 1: $IAL([q_0], \mathcal{E}_G)$

Données : $[q_0], \mathcal{E}_G$

```

1   $t = 0$ ;  $Q_0 = \{[q_0]\}$ ; // Initialisation
2  tant que  $\Delta$  n'est pas vérifié faire
3    récupérer jeu de mesures  $z_t$ ;
4    tant que  $Q_t$  n'est pas vide faire
5       $[q_t] = Q_t.retirer\_derniere\_boite()$ ; // Récupération de la dernière boîte de  $Q_t$ 
6       $[q_t]^* = CSP([q_t], [y_i, t], [\gamma_i, t], [w_i, t], v_i, \mathcal{E}_G)$ ; // Correction
7      si  $[q_t]^*$  peut être bissectée alors
8         $([q_{1,t}], [q_{2,t}]) = Bissecter([q_t]^*)$ ;
9         $Q_t.ajouter([q_{1,t}])$ ;  $Q_t.ajouter([q_{2,t}])$ ;
10     sinon
11        $Q_t.ajouter([q_t]^*)$ ;
12     fin
13   fin
14   déplacer le robot; évaluer  $[u_t]$ ;
15   // Prédiction sur l'ensemble des boîtes de  $Q_t^*$ 
16   pour chaque  $[q_t]^* \in Q_t^*$  faire
17      $[q_{t+1}] = f([q_t]^*, [u_t])$ ;  $Q_{t+1}.ajouter([q_{t+1}])$ ;
18   fin
19    $t = t + 1$ ;
20 fin

```

Résultat : Q_t^*

Prise en compte des valeurs aberrantes

Algorithme 1: $CSP_{\text{relaxé}}([\mathbf{q}], \{[y_i], [\gamma_i], [\mathbf{w}_i]\}_{\forall i}, \mathcal{E}_G, q)$

Données : $[\mathbf{q}] = ([x_1], [x_2], [\theta]), \{[y_i], [\gamma_i], [\mathbf{w}_i] = ([w_{1_i}], [w_{2_i}])\}_{\forall i}, \mathcal{E}_G, q$

```

1 // Initialisations
2  $[\mathbf{q}]^* = [\mathbf{q}]; \{[y_i]^*, [\gamma_i]^*, [\mathbf{w}_i]^*\}_{\forall i} = \{[y_i], [\gamma_i], [\mathbf{w}_i]\}_{\forall i};$ 
3 tant que  $\Delta$  n'est pas vérifié faire
4     // Création d'une liste de boîtes pour la q-intersection
5      $\mathbb{Q}^* = \emptyset;$ 
6     pour chaque couple de mesures  $(\mathbf{w}_i, \mathbf{w}_j)$  faire
7          $[\mathbf{q}]_{\text{tmp}}^* = [\mathbf{q}]^*;$ 
8         Appel des contracteurs sur  $[\mathbf{q}]_{\text{tmp}}^*;$ 
9         // Ajout de la boîte courante à la liste
10         $\mathbb{Q}^*.ajouter([\mathbf{q}]_{\text{tmp}}^*);$ 
11    fin
12    // Intersection relaxée de toutes les boîtes
13     $[\mathbf{q}]^* = [\mathbf{q}]^* \cap (\bigcap^{\{q\}} \mathbb{Q}^*);$ 
14 fin
Résultat :  $[\mathbf{q}]^*$ 

```

Prise en compte des valeurs aberrantes

Algorithme 1: $CSP_{\text{relaxé}}([\mathbf{q}], \{[y_i], [\gamma_i], [\mathbf{w}_i]\}_{\forall i}, \mathcal{E}_G, q)$

Données : $[\mathbf{q}] = ([x_1], [x_2], [\theta]), \{[y_i], [\gamma_i], [\mathbf{w}_i] = ([w_{1_i}], [w_{2_i}])\}_{\forall i}, \mathcal{E}_G, q$

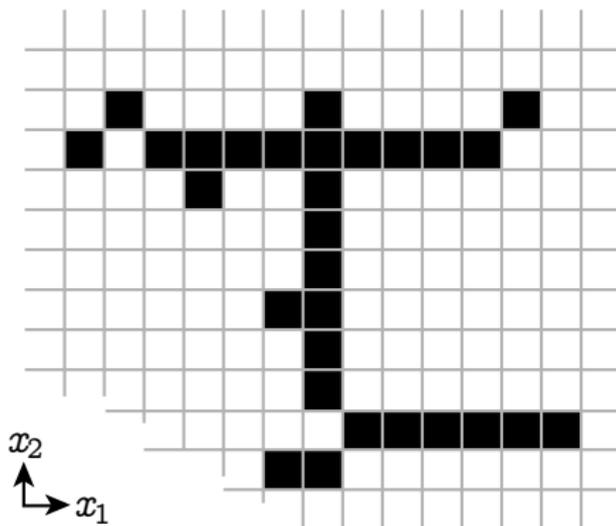
```

1 // Initialisations
2  $[\mathbf{q}]^* = [\mathbf{q}]; \{[y_i]^*, [\gamma_i]^*, [\mathbf{w}_i]^*\}_{\forall i} = \{[y_i], [\gamma_i], [\mathbf{w}_i]\}_{\forall i};$ 
3 tant que  $\Delta$  n'est pas vérifié faire
4     // Création d'une liste de boîtes pour la q-intersection
5      $\mathbb{Q}^* = \emptyset;$ 
6     pour chaque couple de mesures  $(\mathbf{w}_i, \mathbf{w}_j)$  faire
7          $[\mathbf{q}]_{\text{tmp}}^* = [\mathbf{q}]^*;$ 
8         Appel des contracteurs sur  $[\mathbf{q}]_{\text{tmp}}^*;$ 
9         // Ajout de la boîte courante à la liste
10         $\mathbb{Q}^*.ajouter([\mathbf{q}]_{\text{tmp}}^*);$ 
11    fin
12    // Intersection relaxée de toutes les boîtes
13     $[\mathbf{q}]^* = [\mathbf{q}]^* \cap (\bigcap^{\{q\}} \mathbb{Q}^*);$ 
14 fin
Résultat :  $[\mathbf{q}]^*$ 

```

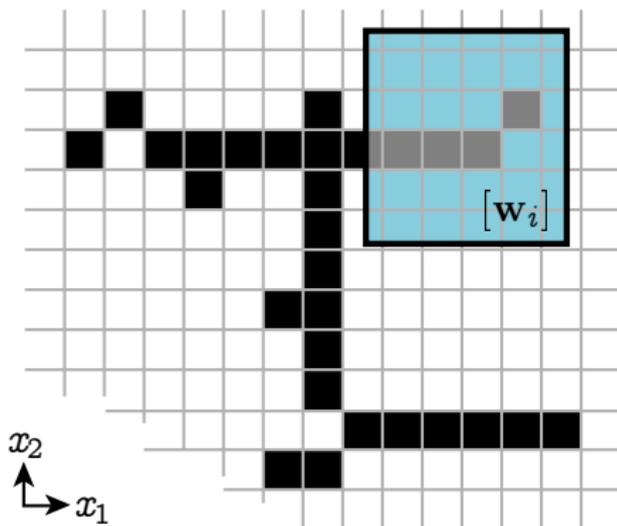
Le contracteur de $c_{\mathcal{E}_G}$

- Principe



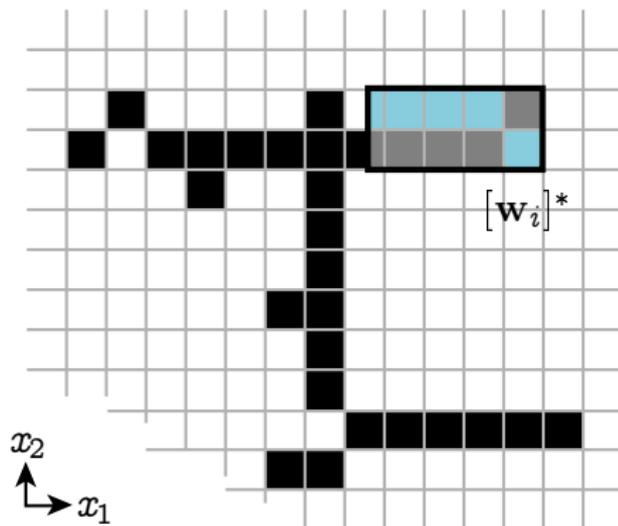
Le contracteur de $c_{\mathcal{E}_G}$

- Principe



Le contracteur de $c_{\mathcal{E}_G}$

- Principe

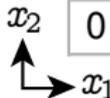


Le contracteur de $c_{\mathcal{E}_G}$

- Principe
- Pré-calcul

→ À chaque $c_{i,j}$ on associe un entier $\eta_{i,j}$ correspondant au nombre de cellules, du quadrant Sud-Ouest de $c_{i,j}$, ayant un poids $g_{i,j}$ à 1

0	0	1	1	1	2	2	2	3	6	6	6
0	0	1	1	1	2	2	2	3	6	6	6
0	0	1	1	1	2	2	2	3	6	6	6
0	0	1	1	1	1	1	1	2	5	5	5
0	0	1	1	1	1	1	1	2	5	5	5
0	0	1	1	1	1	1	1	2	4	4	4
0	0	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
0	0	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
0	0	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
0	0	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
0	0	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
0	0	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

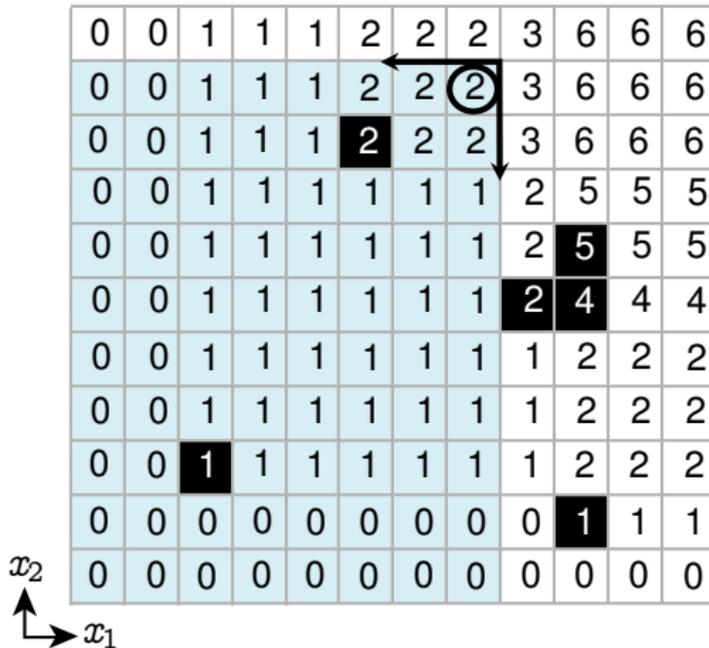


—
J. Sliwka, F. Le Bars, O. Reynet et L. Jaulin. *Using interval methods in the context of robust localization of underwater robots.* In Fuzzy Information Processing Society (NAFIPS), 2011 Annual Meeting of the North American, 2011.

Le contracteur de $c_{\mathcal{E}_G}$

- Principe
- Pré-calcul

→ À chaque $c_{i,j}$ on associe un entier $\eta_{i,j}$ correspondant au nombre de cellules, du cadran Sud-Ouest de $c_{i,j}$, ayant un poids $g_{i,j}$ à 1

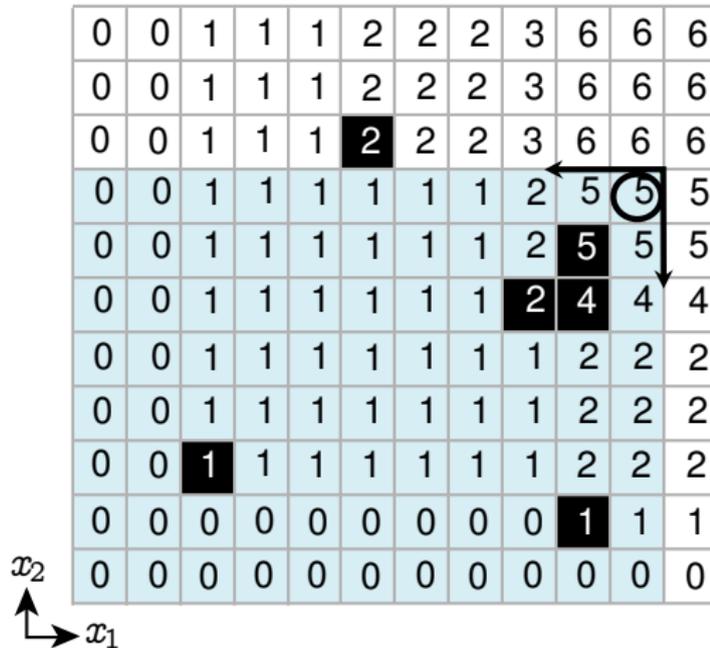


—
J. Sliwka, F. Le Bars, O. Reynet et L. Jaulin. *Using interval methods in the context of robust localization of underwater robots.* In Fuzzy Information Processing Society (NAFIPS), 2011 Annual Meeting of the North American, 2011.

Le contracteur de $c_{\mathcal{E}_G}$

- Principe
- Pré-calcul

→ À chaque $c_{i,j}$ on associe un entier $\eta_{i,j}$ correspondant au nombre de cellules, du quadrant Sud-Ouest de $c_{i,j}$, ayant un poids $g_{i,j}$ à 1



—
J. Sliwka, F. Le Bars, O. Reynet et L. Jaulin. *Using interval methods in the context of robust localization of underwater robots.* In Fuzzy Information Processing Society (NAFIPS), 2011 Annual Meeting of the North American, 2011.

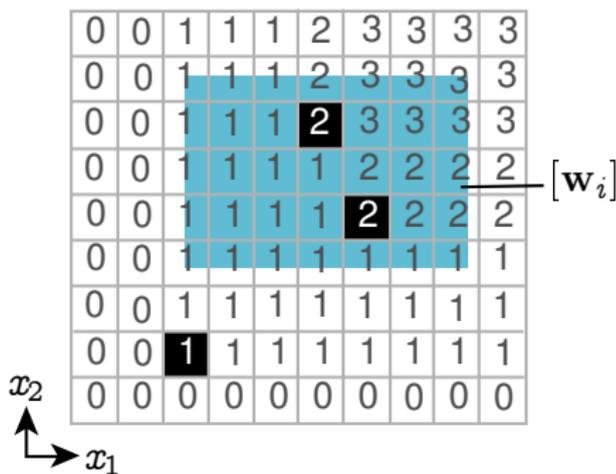
Le contracteur de $c_{\mathcal{E}_G}$

- Principe
- Pré-calcul
- Fonction $\phi([\mathbf{w}_i])$

$$\phi([\mathbf{w}_i]) = \eta_{\overline{w_1}, \overline{w_2}} + \eta_{\underline{w_1} - 1, \underline{w_2} - 1} - \eta_{\overline{w_1}, \underline{w_2} - 1} - \eta_{\underline{w_1} - 1, \overline{w_2}}$$

$$\phi([\mathbf{w}_i]) =$$

—
J. Sliwka, F. Le Bars, O. Reynet et L. Jaulin. *Using interval methods in the context of robust localization of underwater robots.* In Fuzzy Information Processing Society (NAFIPS), 2011 Annual Meeting of the North American, 2011.



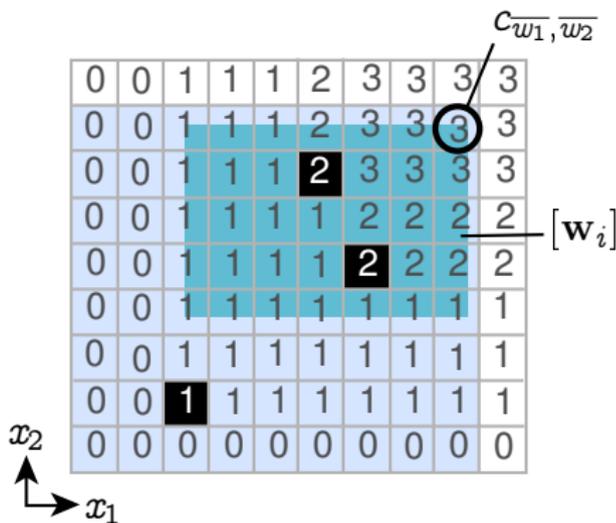
Le contracteur de $c_{\mathcal{E}_G}$

- Principe
- Pré-calcul
- Fonction $\phi([\mathbf{w}_i])$

$$\phi([\mathbf{w}_i]) = \eta_{\overline{w_1}, \overline{w_2}} + \eta_{\underline{w_1} - 1, \underline{w_2} - 1} - \eta_{\overline{w_1}, \underline{w_2} - 1} - \eta_{\underline{w_1} - 1, \overline{w_2}}$$

$$\phi([\mathbf{w}_i]) = 3$$

—
J. Sliwka, F. Le Bars, O. Reynet et L. Jaulin. *Using interval methods in the context of robust localization of underwater robots.* In Fuzzy Information Processing Society (NAFIPS), 2011 Annual Meeting of the North American, 2011.



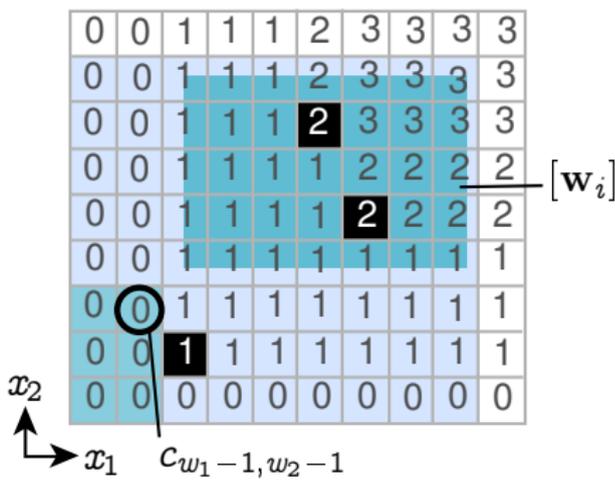
Le contracteur de $c_{\mathcal{E}_G}$

- Principe
- Pré-calcul
- Fonction $\phi([\mathbf{w}_i])$

$$\phi([\mathbf{w}_i]) = \eta_{\overline{w_1}, \overline{w_2}} + \eta_{\underline{w_1}-1, \underline{w_2}-1} - \eta_{\overline{w_1}, \underline{w_2}-1} - \eta_{\underline{w_1}-1, \overline{w_2}}$$

$$\phi([\mathbf{w}_i]) = 3 + 0$$

—
J. Sliwka, F. Le Bars, O. Reynet et L. Jaulin. *Using interval methods in the context of robust localization of underwater robots.* In Fuzzy Information Processing Society (NAFIPS), 2011 Annual Meeting of the North American, 2011.



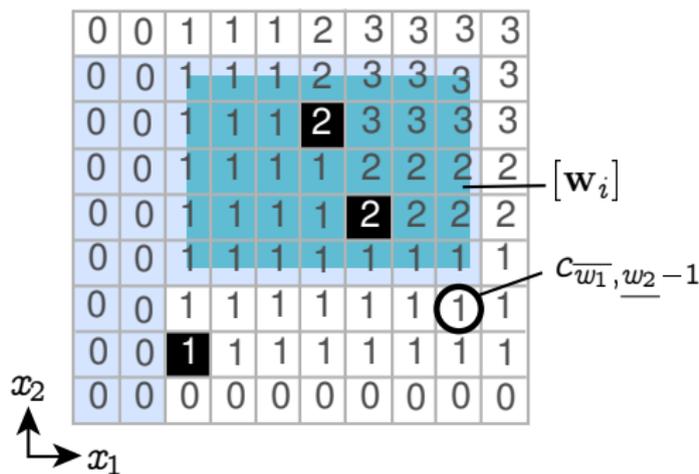
Le contracteur de $c_{\mathcal{E}_G}$

- Principe
- Pré-calcul
- Fonction $\phi([\mathbf{w}_i])$

$$\phi([\mathbf{w}_i]) = \eta_{\overline{w_1}, \overline{w_2}} + \eta_{\underline{w_1} - 1, \underline{w_2} - 1} - \eta_{\overline{w_1}, \underline{w_2} - 1} - \eta_{\underline{w_1} - 1, \overline{w_2}}$$

$$\phi([\mathbf{w}_i]) = 3 + 0 - 1$$

—
J. Sliwka, F. Le Bars, O. Reynet et L. Jaulin. *Using interval methods in the context of robust localization of underwater robots.* In Fuzzy Information Processing Society (NAFIPS), 2011 Annual Meeting of the North American, 2011.



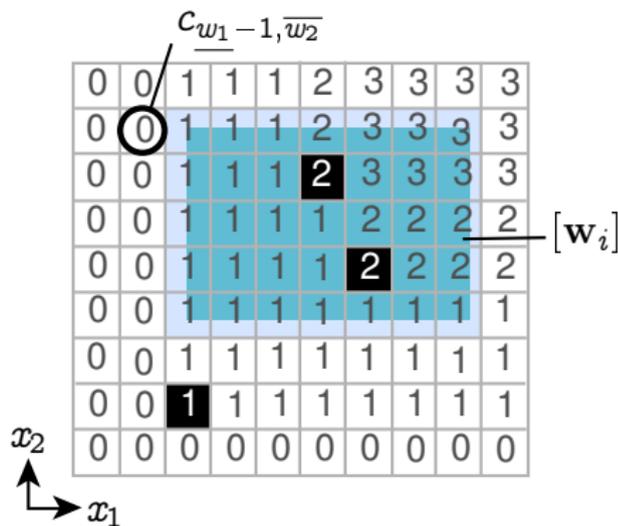
Le contracteur de $c_{\mathcal{E}_G}$

- Principe
- Pré-calcul
- Fonction $\phi([\mathbf{w}_i])$

$$\phi([\mathbf{w}_i]) = \eta_{\overline{w_1}, \overline{w_2}} + \eta_{\underline{w_1} - 1, \underline{w_2} - 1} - \eta_{\overline{w_1}, \underline{w_2} - 1} - \eta_{\underline{w_1} - 1, \overline{w_2}}$$

$$\phi([\mathbf{w}_i]) = 3 + 0 - 1 - 0$$

—
J. Sliwka, F. Le Bars, O. Reynet et L. Jaulin. *Using interval methods in the context of robust localization of underwater robots.* In Fuzzy Information Processing Society (NAFIPS), 2011 Annual Meeting of the North American, 2011.



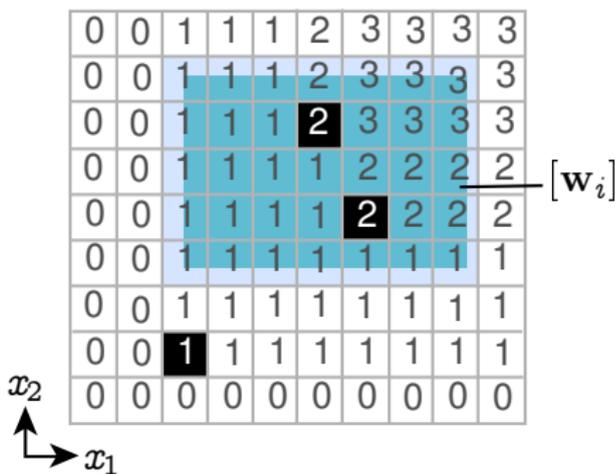
Le contracteur de $c_{\mathcal{E}_G}$

- Principe
- Pré-calcul
- Fonction $\phi([\mathbf{w}_i])$

$$\phi([\mathbf{w}_i]) = \eta_{\overline{w_1}, \overline{w_2}} + \eta_{\underline{w_1} - 1, \underline{w_2} - 1} - \eta_{\overline{w_1}, \underline{w_2} - 1} - \eta_{\underline{w_1} - 1, \overline{w_2}}$$

$$\phi([\mathbf{w}_i]) = 3 + 0 - 1 - 0 = 2$$

—
J. Sliwka, F. Le Bars, O. Reynet et L. Jaulin. *Using interval methods in the context of robust localization of underwater robots.* In Fuzzy Information Processing Society (NAFIPS), 2011 Annual Meeting of the North American, 2011.



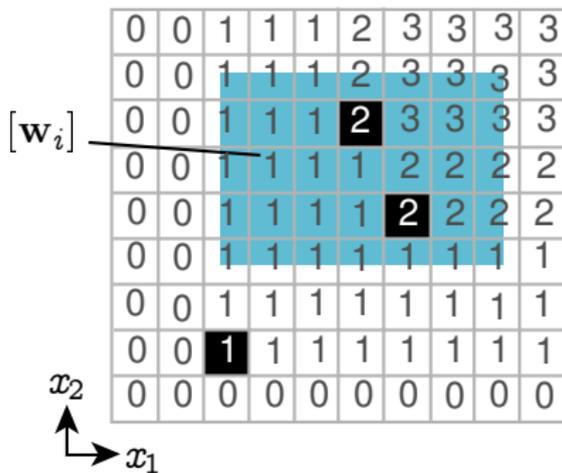
Le contracteur de $c_{\mathcal{E}_G}$

- Principe
- Pré-calcul
- Fonction $\phi([\mathbf{w}_i])$
- Recherche dichotomique
 - Trouver la plus petite boîte
 - $[\mathbf{w}_i]^* \in [\mathbf{w}_i]$ avec
 - $\phi([\mathbf{w}_i]^*) = \phi([\mathbf{w}_i])$

J. Sliwka, F. Le Bars, O. Reynet et L. Jaulin. *Using interval methods in the context of robust localization of underwater robots.* In Fuzzy Information Processing Society (NAFIPS), 2011 Annual Meeting of the North American, 2011.

Le contracteur de $c_{\mathcal{E}_G}$

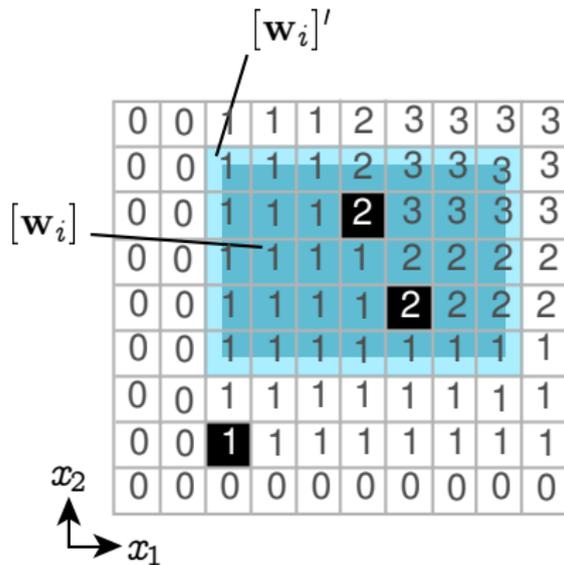
- Principe
- Pré-calcul
- Fonction $\phi([\mathbf{w}_i])$
- Recherche dichotomique
 - Trouver la plus petite boîte
 - $[\mathbf{w}_i]^* \in [\mathbf{w}_i]$ avec
 - $\phi([\mathbf{w}_i]^*) = \phi([\mathbf{w}_i])$



—
J. Sliwka, F. Le Bars, O. Reynet et L. Jaulin. *Using interval methods in the context of robust localization of underwater robots.* In Fuzzy Information Processing Society (NAFIPS), 2011 Annual Meeting of the North American, 2011.

Le contracteur de $c_{\mathcal{E}_G}$

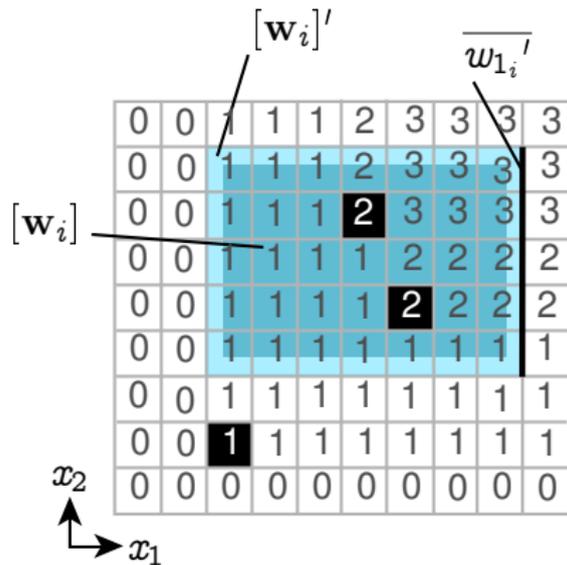
- Principe
- Pré-calcul
- Fonction $\phi([\mathbf{w}_i])$
- Recherche dichotomique
 - Trouver la plus petite boîte
 - $[\mathbf{w}_i]^* \in [\mathbf{w}_i]$ avec
 - $\phi([\mathbf{w}_i]^*) = \phi([\mathbf{w}_i])$



—
J. Sliwka, F. Le Bars, O. Reynet et L. Jaulin. *Using interval methods in the context of robust localization of underwater robots.* In Fuzzy Information Processing Society (NAFIPS), 2011 Annual Meeting of the North American, 2011.

Le contracteur de $c_{\mathcal{E}_G}$

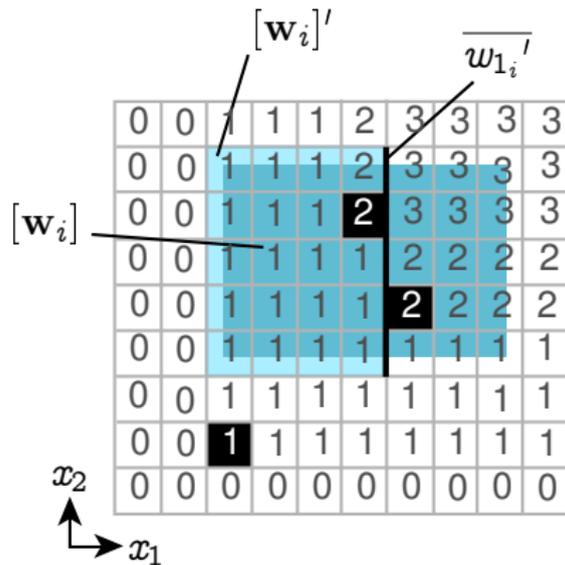
- Principe
- Pré-calcul
- Fonction $\phi([\mathbf{w}_i])$
- Recherche dichotomique
 - Trouver la plus petite boîte
 - $[\mathbf{w}_i]^* \in [\mathbf{w}_i]$ avec
 - $\phi([\mathbf{w}_i]^*) = \phi([\mathbf{w}_i])$



—
J. Sliwka, F. Le Bars, O. Reynet et L. Jaulin. *Using interval methods in the context of robust localization of underwater robots.* In Fuzzy Information Processing Society (NAFIPS), 2011 Annual Meeting of the North American, 2011.

Le contracteur de $c_{\mathcal{E}_G}$

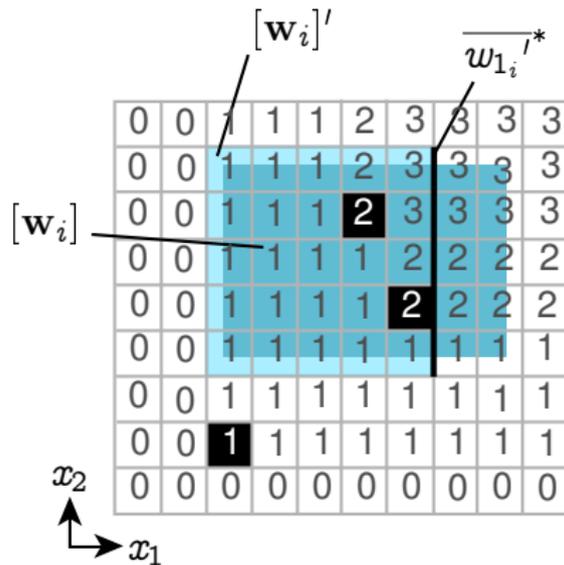
- Principe
- Pré-calcul
- Fonction $\phi([\mathbf{w}_i])$
- Recherche dichotomique
 - Trouver la plus petite boîte
 - $[\mathbf{w}_i]^* \in [\mathbf{w}_i]$ avec
 - $\phi([\mathbf{w}_i]^*) = \phi([\mathbf{w}_i])$



—
J. Sliwka, F. Le Bars, O. Reynet et L. Jaulin. *Using interval methods in the context of robust localization of underwater robots.* In Fuzzy Information Processing Society (NAFIPS), 2011 Annual Meeting of the North American, 2011.

Le contracteur de $c_{\mathcal{E}_G}$

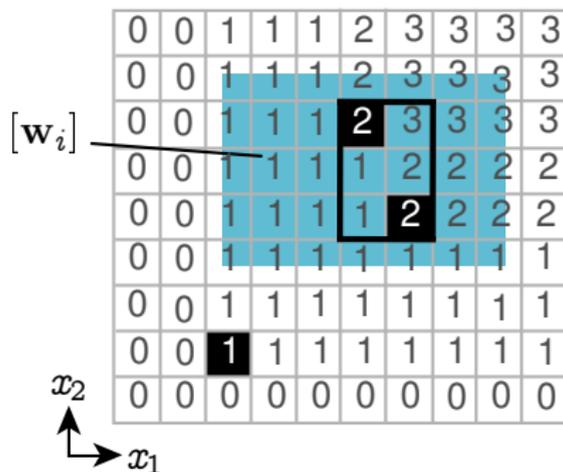
- Principe
- Pré-calcul
- Fonction $\phi([\mathbf{w}_i])$
- Recherche dichotomique
 - Trouver la plus petite boîte
 - $[\mathbf{w}_i]^* \in [\mathbf{w}_i]$ avec
 - $\phi([\mathbf{w}_i]^*) = \phi([\mathbf{w}_i])$



—
J. Sliwka, F. Le Bars, O. Reynet et L. Jaulin. *Using interval methods in the context of robust localization of underwater robots.* In Fuzzy Information Processing Society (NAFIPS), 2011 Annual Meeting of the North American, 2011.

Le contracteur de $c_{\mathcal{E}_G}$

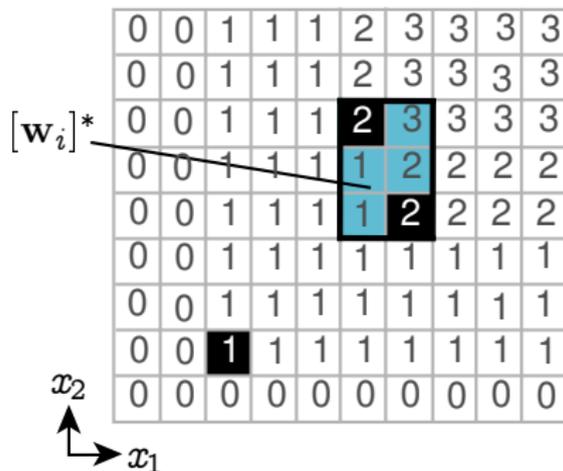
- Principe
- Pré-calcul
- Fonction $\phi([\mathbf{w}_i])$
- Recherche dichotomique
 - Trouver la plus petite boîte
 - $[\mathbf{w}_i]^* \in [\mathbf{w}_i]$ avec
 - $\phi([\mathbf{w}_i]^*) = \phi([\mathbf{w}_i])$



—
J. Sliwka, F. Le Bars, O. Reynet et L. Jaulin. *Using interval methods in the context of robust localization of underwater robots.* In Fuzzy Information Processing Society (NAFIPS), 2011 Annual Meeting of the North American, 2011.

Le contracteur de $c_{\mathcal{E}_G}$

- Principe
- Pré-calcul
- Fonction $\phi([\mathbf{w}_i])$
- Recherche dichotomique
 - Trouver la plus petite boîte
 - $[\mathbf{w}_i]^* \in [\mathbf{w}_i]$ avec
 - $\phi([\mathbf{w}_i]^*) = \phi([\mathbf{w}_i])$

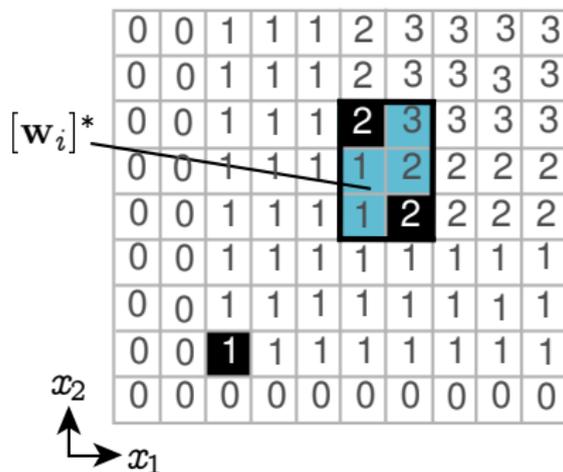


—

J. Sliwka, F. Le Bars, O. Reynet et L. Jaulin. *Using interval methods in the context of robust localization of underwater robots.* In Fuzzy Information Processing Society (NAFIPS), 2011 Annual Meeting of the North American, 2011.

Le contracteur de $c_{\mathcal{E}_G}$

- Principe
- Pré-calcul
- Fonction $\phi([\mathbf{w}_i])$
- Recherche dichotomique
 - Trouver la plus petite boîte
 - $[\mathbf{w}_i]^* \in [\mathbf{w}_i]$ avec
 - $\phi([\mathbf{w}_i]^*) = \phi([\mathbf{w}_i])$



—
J. Sliwka, F. Le Bars, O. Reynet et L. Jaulin. *Using interval methods in the context of robust localization of underwater robots.* In Fuzzy Information Processing Society (NAFIPS), 2011 Annual Meeting of the North American, 2011.

Comparaison MCL/IAL

- Localisation Monte Carlo (MCL)

Algorithme 1: Localisation Monte Carlo

Données : $\mathcal{X}_{t-1}, \mathbf{u}_t, \mathbf{z}_t, \mathcal{C}$

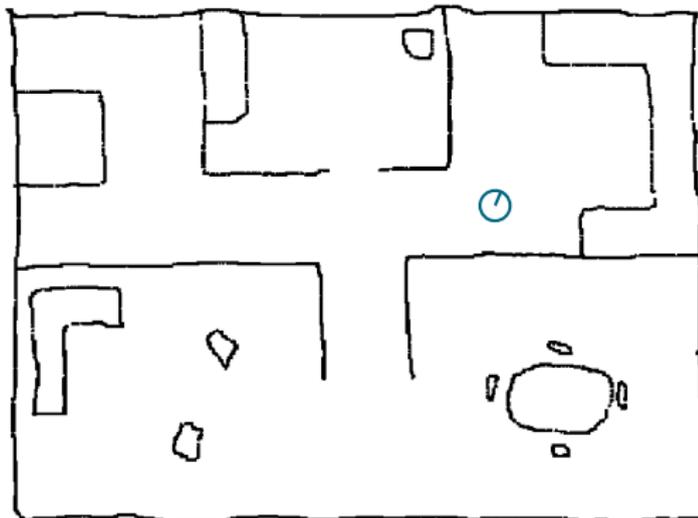
- 1 $\bar{\mathcal{X}}_t = \mathcal{X}_t = \emptyset;$
 - 2 **pour** $m = 1$ à M **faire**
 - 3 générer $\mathbf{x}_t^{[m]} \sim p(\mathbf{q}_t \mid \mathbf{u}_t, \mathbf{x}_{t-1}^{[m]});$
 - 4 $w_t^{[m]} = p(\mathbf{z}_t \mid \mathbf{x}_t^{[m]}, \mathcal{C});$
 - 5 $\bar{\mathcal{X}}_t = \bar{\mathcal{X}}_t + \langle \mathbf{x}_t^{[m]}, w_t^{[m]} \rangle;$
 - 6 **fin**
 - 7 **pour** $m = 1$ à M **faire**
 - 8 générer $\mathbf{x}_t^{[i]}$ en fonction de $\bar{\mathcal{X}}_t;$
 - 9 $w_t^{[i]} = p(\mathbf{z}_t \mid \mathbf{x}_t^{[i]});$
 - 10 ajouter $\mathbf{x}_t^{[i]}$ à $\mathcal{X}_t;$
 - 11 **fin**
- Résultat** : $\mathcal{X}_t.$
-

Comparaison MCL/IAL

- Localisation Monte Carlo (MCL)
- Temps de calcul

Comparaison MCL/IAL

- Localisation Monte Carlo (MCL)
 - Temps de calcul
 - Environnement simulé (10m × 10m)
-
- 50 mesures
 - 10% de valeurs aberrantes



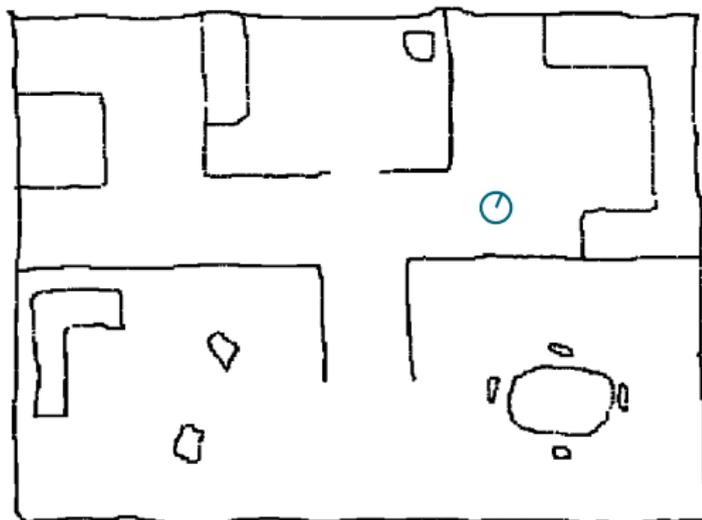
Comparaison MCL/IAL

- Localisation Monte Carlo (MCL)
- Temps de calcul
 - Environnement simulé (10m × 10m)

- 50 mesures
- 10% de valeurs aberrantes

Localisation globale

- IAL : 20s
- MCL : 8s
 - 10 000 particules
 - 50 ré-échantillonnages
 - 5 déplacements



Comparaison MCL/IAL

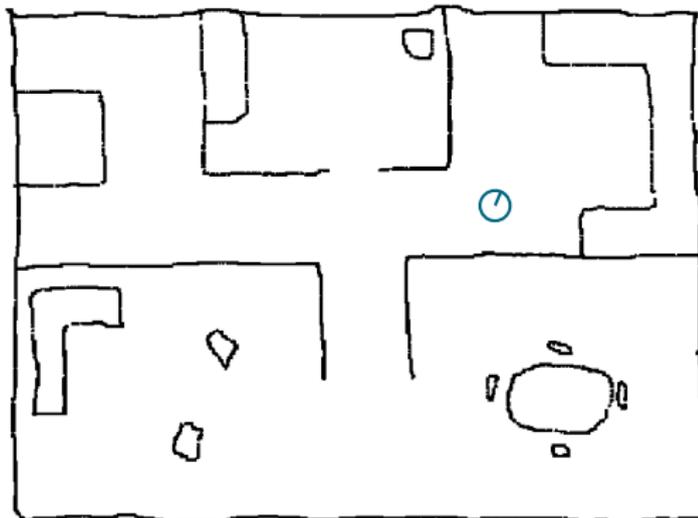
- Localisation Monte Carlo (MCL)
- Temps de calcul
 - Environnement simulé (10m × 10m)

- 50 mesures
- 10% de valeurs aberrantes

Localisation globale

Suivi de posture

- IAL : 0.07s
- MCL : 0.15s
- ↪ 10 000 particules

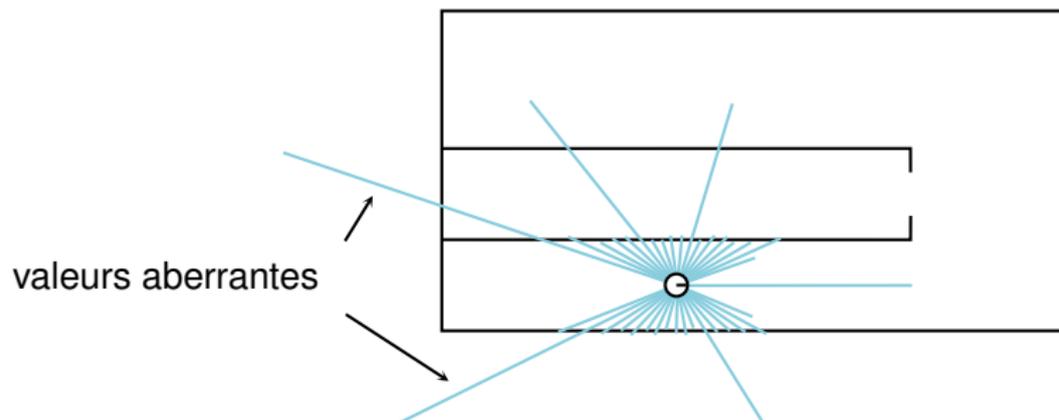


Comparaison MCL/IAL

- Localisation Monte Carlo (MCL)
- Temps de calcul
- Solutions des méthodes
 - IAL : une boîte qui contient de manière garantie la posture du robot
 - MCL : la particule avec la plus grande probabilité de correspondre à la posture du robot

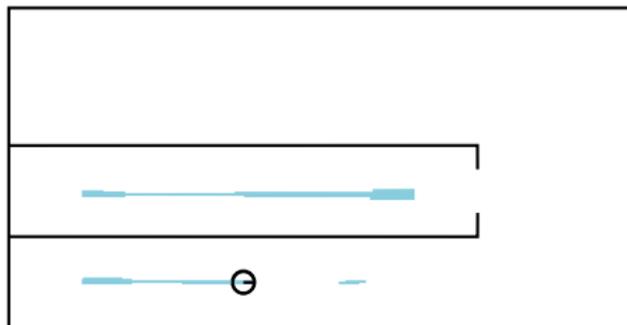
Comparaison MCL/IAL

- Localisation Monte Carlo (MCL)
- Temps de calcul
- Solutions des méthodes



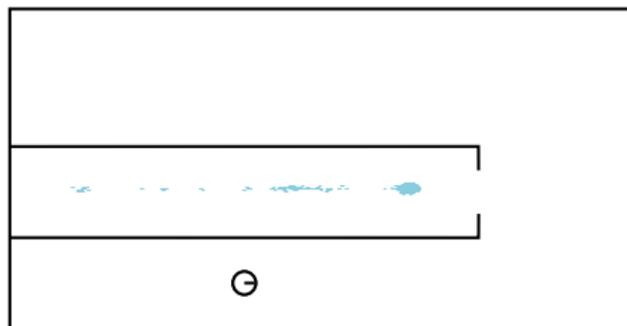
Comparaison MCL/IAL

- Localisation Monte Carlo (MCL)
- Temps de calcul
- Solutions des méthodes



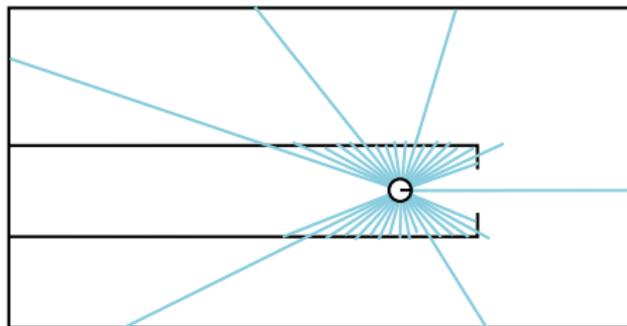
Comparaison MCL/IAL

- Localisation Monte Carlo (MCL)
- Temps de calcul
- Solutions des méthodes



Comparaison MCL/IAL

- Localisation Monte Carlo (MCL)
- Temps de calcul
- Solutions des méthodes



Comparaison MCL/IAL

- Localisation Monte Carlo (MCL)
- Temps de calcul
- Solutions des méthodes
- Récapitulatif

Comparaison MCL/IAL

IAL	MCL
Contexte à erreurs bornées	Erreurs Gaussiennes
Considère un nombre maximum de valeurs aberrantes	Nécessite un nombre suffisant de particules
Cherche toutes les postures cohérentes avec le problème	Cherche la meilleure posture par rapport aux mesures extéroceptives
Retourne une ou plusieurs boîte(s) contenant de manière garantie la posture du robot	Retourne la particule avec le meilleur score (la plus probable)
Plus l'espace de recherche est grand plus les temps de calculs sont importants	Temps de calcul constant en fonction du nombre de particules
S'intéresse nativement aux problèmes de localisation globale, kidnapping et suivi de posture	Il existe des variantes qui permettent de s'intéresser au kidnapping
Permet d'effectuer des localisations statiques	Utilise les déplacements du robot pour gagner en robustesse
Méthode déterministe	Méthode probabiliste

Comparaison MCL/IAL

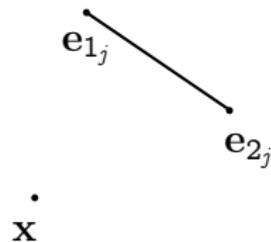
- Localisation Monte Carlo (MCL)
- Temps de calcul
- Solutions des méthodes
- Récapitulatif

Annexes - Visibilité

- Visibilité d'un point
- Visibilité d'un segment
- Visibilité d'un polygone

Visibilité d'un point

- Avec un obstacle de type segment



Visibilité d'un point

- Avec un obstacle de type segment
→ Espace visible

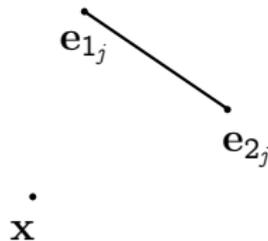
$$E_{\varepsilon_j^s}(\mathbf{x}) = \{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^2 \mid$$

$$[\mathbf{x}_i \cup \mathbf{x}] \cap [\mathbf{e}_{1_j} \cup \mathbf{e}_{2_j}] = \emptyset \vee$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{e}_{2_j} - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x} - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x} - \mathbf{e}_{2_j}) < 0\}$$



Visibilité d'un point

- Avec un obstacle de type segment
→ Espace visible

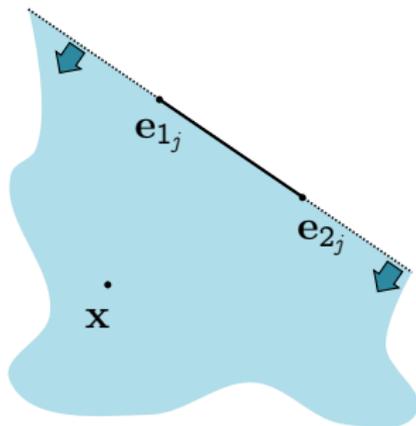
$$E_{\varepsilon_j^s}(\mathbf{x}) = \{ \mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^2 \mid$$

$$[\mathbf{x}_i \cup \mathbf{x}] \cap [\mathbf{e}_{1_j} \cup \mathbf{e}_{2_j}] = \emptyset \vee$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{e}_{2_j} - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x} - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x} - \mathbf{e}_{2_j}) < 0 \}$$



Visibilité d'un point

- Avec un obstacle de type segment
→ Espace visible

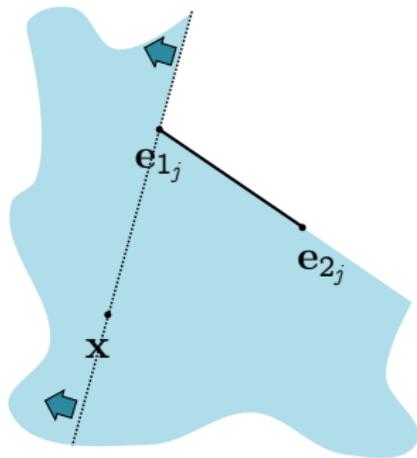
$$E_{\varepsilon_j^s}(\mathbf{x}) = \{ \mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^2 \mid$$

$$[\mathbf{x}_i \cup \mathbf{x}] \cap [\mathbf{e}_{1_j} \cup \mathbf{e}_{2_j}] = \emptyset \vee$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{e}_{2_j} - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x} - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x} - \mathbf{e}_{2_j}) < 0 \}$$



Visibilité d'un point

- Avec un obstacle de type segment
→ Espace visible

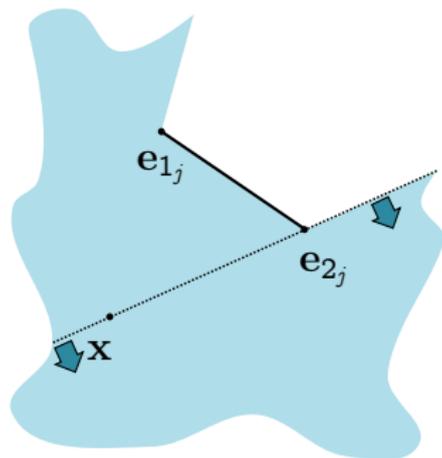
$$E_{\varepsilon_j^s}(\mathbf{x}) = \{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^2 \mid$$

$$[\mathbf{x}_i \cup \mathbf{x}] \cap [\mathbf{e}_{1_j} \cup \mathbf{e}_{2_j}] = \emptyset \vee$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{e}_{2_j} - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x} - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x} - \mathbf{e}_{2_j}) < 0\}$$



Visibilité d'un point

- Avec un obstacle de type segment
→ Espace visible

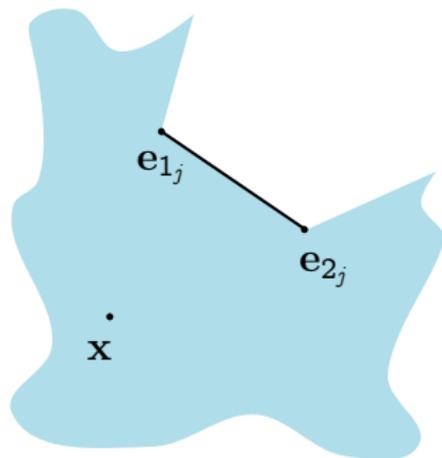
$$E_{\varepsilon_j^s}(\mathbf{x}) = \{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^2 \mid$$

$$[\mathbf{x}_i \cup \mathbf{x}] \cap [\mathbf{e}_{1_j} \cup \mathbf{e}_{2_j}] = \emptyset \vee$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{e}_{2_j} - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x} - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x} - \mathbf{e}_{2_j}) < 0\}$$



Visibilité d'un point

- Avec un obstacle de type segment
 - Espace visible
 - Espace non-visible

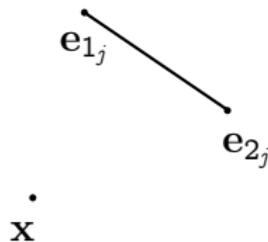
$$\widehat{E}_{\varepsilon_j^s}(\mathbf{x}) = \{ \mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^2 \mid$$

$$[\mathbf{x}_i \cup \mathbf{x}] \cap [\mathbf{e}_{1_j} \cup \mathbf{e}_{2_j}] \neq \emptyset \wedge$$

$$\zeta_x \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{e}_{2_j} - \mathbf{e}_{1_j}) \leq 0 \wedge$$

$$\zeta_x \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x} - \mathbf{e}_{1_j}) \leq 0 \wedge$$

$$\zeta_x \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x} - \mathbf{e}_{2_j}) \geq 0 \}$$



Visibilité d'un point

- Avec un obstacle de type segment
 - Espace visible
 - Espace non-visible

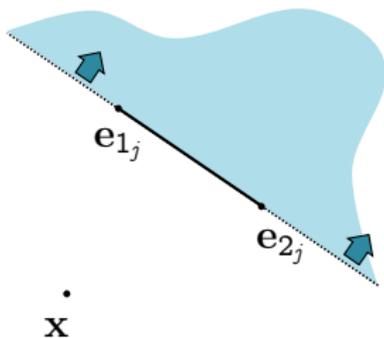
$$\widehat{E}_{\varepsilon_j^s}(\mathbf{x}) = \{ \mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^2 \mid$$

$$[\mathbf{x}_i \cup \mathbf{x}] \cap [\mathbf{e}_{1_j} \cup \mathbf{e}_{2_j}] \neq \emptyset \wedge$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{e}_{2_j} - \mathbf{e}_{1_j}) \leq 0 \wedge$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x} - \mathbf{e}_{1_j}) \leq 0 \wedge$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x} - \mathbf{e}_{2_j}) \geq 0 \}$$



Visibilité d'un point

- Avec un obstacle de type segment
 - Espace visible
 - Espace non-visible

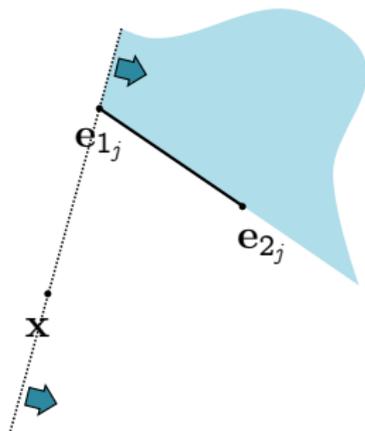
$$\widehat{E}_{\varepsilon_j^s}(\mathbf{x}) = \{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^2 \mid$$

$$[\mathbf{x}_i \cup \mathbf{x}] \cap [\mathbf{e}_{1_j} \cup \mathbf{e}_{2_j}] \neq \emptyset \wedge$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{e}_{2_j} - \mathbf{e}_{1_j}) \leq 0 \wedge$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x} - \mathbf{e}_{1_j}) \leq 0 \wedge$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x} - \mathbf{e}_{2_j}) \geq 0\}$$



Visibilité d'un point

- Avec un obstacle de type segment
 - Espace visible
 - Espace non-visible

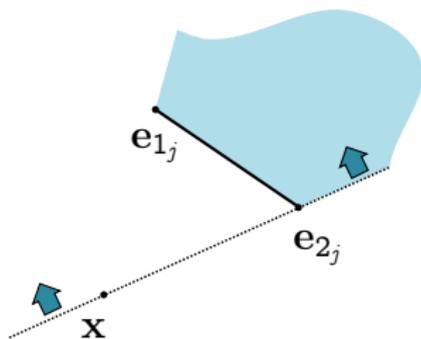
$$\widehat{E}_{\varepsilon_j^s}(\mathbf{x}) = \{ \mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^2 \mid$$

$$[\mathbf{x}_i \cup \mathbf{x}] \cap [\mathbf{e}_{1_j} \cup \mathbf{e}_{2_j}] \neq \emptyset \wedge$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{e}_{2_j} - \mathbf{e}_{1_j}) \leq 0 \wedge$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x} - \mathbf{e}_{1_j}) \leq 0 \wedge$$

$$\zeta_{\mathbf{x}} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x} - \mathbf{e}_{2_j}) \geq 0 \}$$



Visibilité d'un point

- Avec un obstacle de type segment
 - Espace visible
 - Espace non-visible

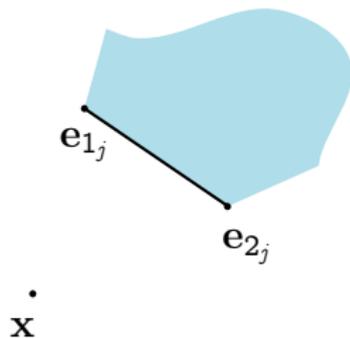
$$\widehat{E}_{\varepsilon_j^s}(\mathbf{x}) = \{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^2 \mid$$

$$[\mathbf{x}_i \cup \mathbf{x}] \cap [\mathbf{e}_{1_j} \cup \mathbf{e}_{2_j}] \neq \emptyset \wedge$$

$$\zeta_x \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{e}_{2_j} - \mathbf{e}_{1_j}) \leq 0 \wedge$$

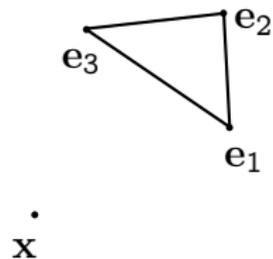
$$\zeta_x \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x} - \mathbf{e}_{1_j}) \leq 0 \wedge$$

$$\zeta_x \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x} - \mathbf{e}_{2_j}) \geq 0\}$$



Visibilité d'un point

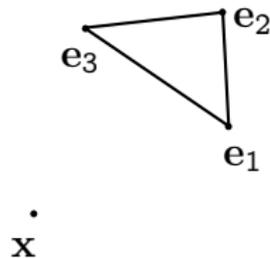
- Avec un obstacle de type segment
- Avec un obstacle de type polygone



Visibilité d'un point

- Avec un obstacle de type segment
- Avec un obstacle de type polygone
→ Espace visible

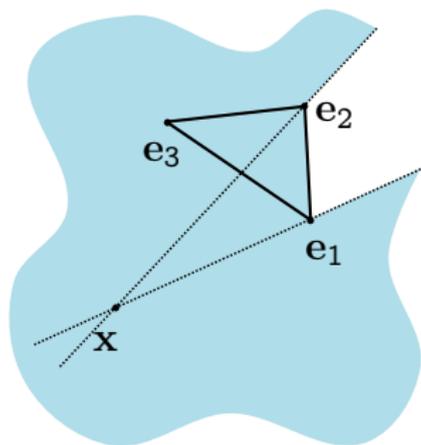
$$E_{\varepsilon_j^p}(\mathbf{x}) = \bigcap_{k=1}^{n_{p_j}} E_{\varepsilon_k^s}(\mathbf{x})$$



Visibilité d'un point

- Avec un obstacle de type segment
 - Avec un obstacle de type polygone
- Espace visible

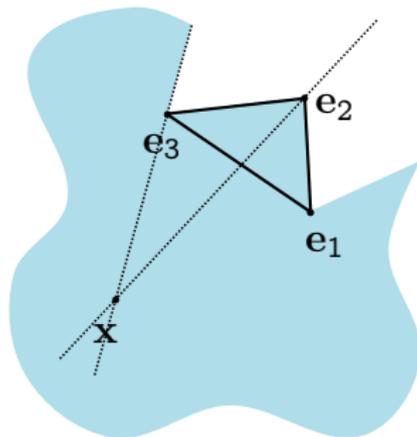
$$E_{\varepsilon_j^p}(\mathbf{x}) = \bigcap_{k=1}^{n_{p_j}} E_{\varepsilon_k^s}(\mathbf{x})$$



Visibilité d'un point

- Avec un obstacle de type segment
- Avec un obstacle de type polygone
 - Espace visible

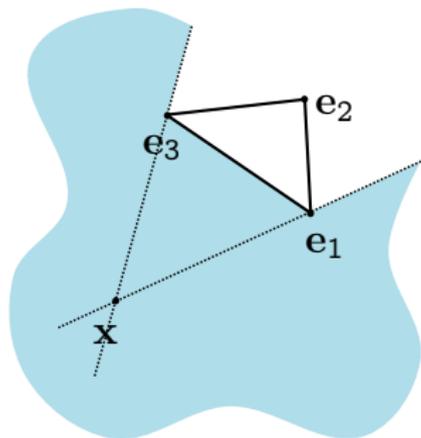
$$E_{\varepsilon_j^p}(\mathbf{x}) = \bigcap_{k=1}^{n_{p_j}} E_{\varepsilon_k^s}(\mathbf{x})$$



Visibilité d'un point

- Avec un obstacle de type segment
 - Avec un obstacle de type polygone
- Espace visible

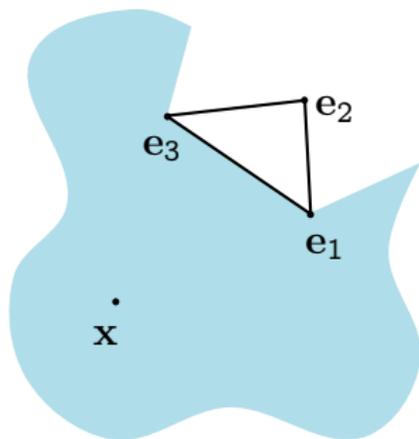
$$E_{\varepsilon_j^p}(\mathbf{x}) = \bigcap_{k=1}^{n_{p_j}} E_{\varepsilon_k^s}(\mathbf{x})$$



Visibilité d'un point

- Avec un obstacle de type segment
 - Avec un obstacle de type polygone
- Espace visible

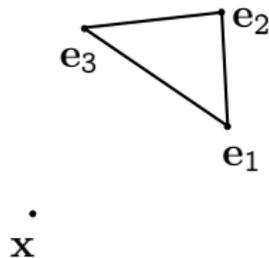
$$E_{\varepsilon_j^p}(\mathbf{x}) = \bigcap_{k=1}^{n_{p_j}} E_{\varepsilon_k^s}(\mathbf{x})$$



Visibilité d'un point

- Avec un obstacle de type segment
- Avec un obstacle de type polygone
 - Espace visible
 - Espace non-visible

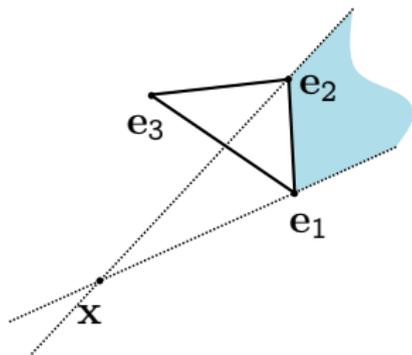
$$\widehat{E}_{\varepsilon_j^p}(\mathbf{x}) = \bigcup_{k=1}^{n_{p_j}} \widehat{E}_{\varepsilon_k^s}(\mathbf{x})$$



Visibilité d'un point

- Avec un obstacle de type segment
- Avec un obstacle de type polygone
 - Espace visible
 - Espace non-visible

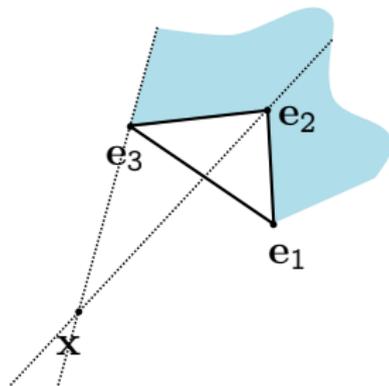
$$\widehat{E}_{\varepsilon_j^p}(\mathbf{x}) = \bigcup_{k=1}^{n_{p_j}} \widehat{E}_{\varepsilon_k^s}(\mathbf{x})$$



Visibilité d'un point

- Avec un obstacle de type segment
- Avec un obstacle de type polygone
 - Espace visible
 - Espace non-visible

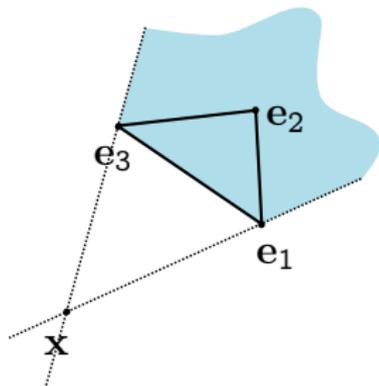
$$\widehat{E}_{\varepsilon_j^p}(\mathbf{x}) = \bigcup_{k=1}^{n_{p_j}} \widehat{E}_{\varepsilon_k^s}(\mathbf{x})$$



Visibilité d'un point

- Avec un obstacle de type segment
- Avec un obstacle de type polygone
 - Espace visible
 - Espace non-visible

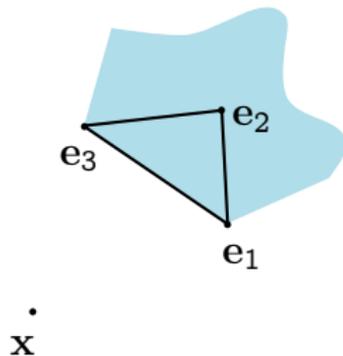
$$\widehat{E}_{\varepsilon_j^p}(\mathbf{x}) = \bigcup_{k=1}^{n_{p_j}} \widehat{E}_{\varepsilon_k^s}(\mathbf{x})$$



Visibilité d'un point

- Avec un obstacle de type segment
- Avec un obstacle de type polygone
 - Espace visible
 - Espace non-visible

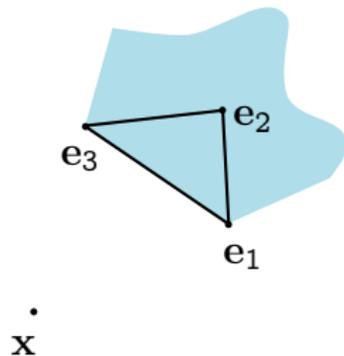
$$\widehat{E}_{\varepsilon_j^p}(\mathbf{x}) = \bigcup_{k=1}^{n_{p_j}} \widehat{E}_{\varepsilon_k^s}(\mathbf{x})$$



Visibilité d'un point

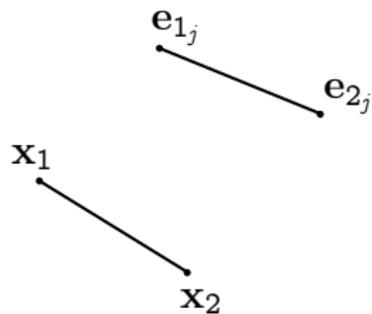
- Avec un obstacle de type segment
- Avec un obstacle de type polygone
 - Espace visible
 - Espace non-visible

$$\widehat{E}_{\varepsilon_j^p}(\mathbf{x}) = \bigcup_{k=1}^{n_{p_j}} \widehat{E}_{\varepsilon_k^s}(\mathbf{x})$$



Visibilité d'un segment

- Avec un obstacle de type segment



Visibilité d'un segment

- Avec un obstacle de type segment

→ Espace visible

$$E_{\varepsilon_j^s}(Seg(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)) = \{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^2 \mid$$

$$(\zeta_{x_1} = \zeta_{x_2}) \wedge \left(\zeta_{x_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{e}_{2_j} - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee$$

$$\zeta_{x_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \wedge \zeta_{x_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee$$

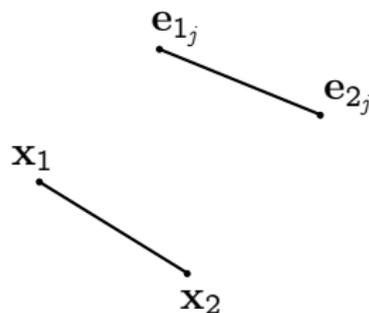
$$\zeta_{x_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{2_j}) < 0 \wedge \zeta_{x_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{2_j}) < 0 \right) \vee$$

$$(\zeta_{x_1} = -\zeta_{x_2}) \wedge \left($$

$$\left(\zeta_{e_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee \zeta_{e_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{1_j}) < 0 \right) \wedge$$

$$\left(\zeta_{e_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{2_j}) > 0 \vee \zeta_{e_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{2_j}) < 0 \right) \right) \vee$$

$$\left([\mathbf{x}_i \cup \mathbf{x}_1 \cup \mathbf{x}_2] \cap [\mathbf{e}_{1_j} \cup \mathbf{e}_{2_j}] = \emptyset \right) \}.$$



Visibilité d'un segment

- Avec un obstacle de type segment

→ Espace visible

$$E_{\varepsilon_j^s}(Seg(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)) = \{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^2 \mid$$

$$(\zeta_{x_1} = \zeta_{x_2}) \wedge \left(\zeta_{x_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{e}_{2_j} - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee$$

$$\zeta_{x_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \wedge \zeta_{x_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee$$

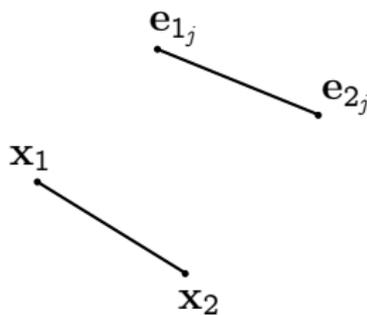
$$\zeta_{x_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{2_j}) < 0 \wedge \zeta_{x_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{2_j}) < 0 \right) \vee$$

$$(\zeta_{x_1} = -\zeta_{x_2}) \wedge \left($$

$$\left(\zeta_{e_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee \zeta_{e_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{1_j}) < 0 \right) \wedge$$

$$\left(\zeta_{e_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{2_j}) > 0 \vee \zeta_{e_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{2_j}) < 0 \right) \right) \vee$$

$$\left([\mathbf{x}_i \cup \mathbf{x}_1 \cup \mathbf{x}_2] \cap [\mathbf{e}_{1_j} \cup \mathbf{e}_{2_j}] = \emptyset \right) \}.$$



Visibilité d'un segment

- Avec un obstacle de type segment

→ Espace visible

$$E_{e_j^s}(Seg(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)) = \{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^2 \mid$$

$$(\zeta_{x_1} = \zeta_{x_2}) \wedge \left(\zeta_{x_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} | \mathbf{e}_{2_j} - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee$$

$$\zeta_{x_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} | \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \wedge \zeta_{x_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} | \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee$$

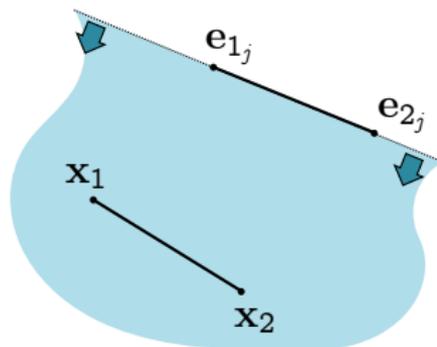
$$\zeta_{x_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} | \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{2_j}) < 0 \wedge \zeta_{x_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} | \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{2_j}) < 0 \right) \vee$$

$$(\zeta_{x_1} = -\zeta_{x_2}) \wedge \left($$

$$\left(\zeta_{e_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} | \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee \zeta_{e_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} | \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{1_j}) < 0 \right) \wedge$$

$$\left(\zeta_{e_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} | \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{2_j}) > 0 \vee \zeta_{e_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} | \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{2_j}) < 0 \right) \right) \vee$$

$$\left([\mathbf{x}_i \cup \mathbf{x}_1 \cup \mathbf{x}_2] \cap [\mathbf{e}_{1_j} \cup \mathbf{e}_{2_j}] = \emptyset \right) \}.$$



Visibilité d'un segment

- Avec un obstacle de type segment

→ Espace visible

$$E_{e_j^s}(Seg(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)) = \{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^2 \mid$$

$$(\zeta_{x_1} = \zeta_{x_2}) \wedge (\zeta_{x_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{e}_{2_j} - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee$$

$$\zeta_{x_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \wedge \zeta_{x_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee$$

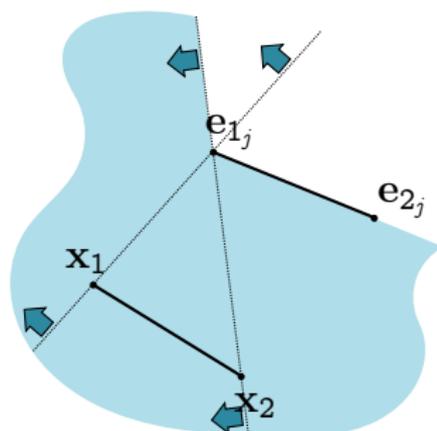
$$\zeta_{x_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{2_j}) < 0 \wedge \zeta_{x_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{2_j}) < 0) \vee$$

$$(\zeta_{x_1} = -\zeta_{x_2}) \wedge ($$

$$(\zeta_{e_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee \zeta_{e_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{1_j}) < 0) \wedge$$

$$(\zeta_{e_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{2_j}) > 0 \vee \zeta_{e_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{2_j}) < 0)) \vee$$

$$(\mathbf{x}_i \cup \mathbf{x}_1 \cup \mathbf{x}_2] \cap [\mathbf{e}_{1_j} \cup \mathbf{e}_{2_j}] = \emptyset) \}.$$



Visibilité d'un segment

- Avec un obstacle de type segment

→ Espace visible

$$E_{e_j^s}(Seg(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)) = \{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^2 \mid$$

$$(\zeta_{x_1} = \zeta_{x_2}) \wedge \left(\zeta_{x_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{e}_{2_j} - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee$$

$$\zeta_{x_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \wedge \zeta_{x_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee$$

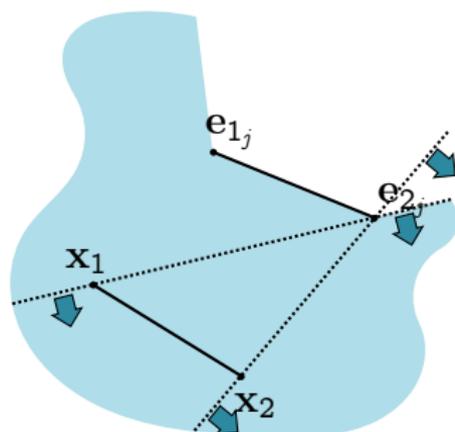
$$\zeta_{x_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{2_j}) < 0 \wedge \zeta_{x_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{2_j}) < 0 \right) \vee$$

$$(\zeta_{x_1} = -\zeta_{x_2}) \wedge \left($$

$$\left(\zeta_{e_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee \zeta_{e_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{1_j}) < 0 \right) \wedge$$

$$\left(\zeta_{e_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{2_j}) > 0 \vee \zeta_{e_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{2_j}) < 0 \right) \right) \vee$$

$$\left([\mathbf{x}_i \cup \mathbf{x}_1 \cup \mathbf{x}_2] \cap [\mathbf{e}_{1_j} \cup \mathbf{e}_{2_j}] = \emptyset \right) \}.$$



Visibilité d'un segment

- Avec un obstacle de type segment

→ Espace visible

$$E_{e_j^s}(Seg(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)) = \{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^2 \mid$$

$$(\zeta_{x_1} = \zeta_{x_2}) \wedge \left(\zeta_{x_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{e}_{2_j} - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee$$

$$\zeta_{x_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \wedge \zeta_{x_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee$$

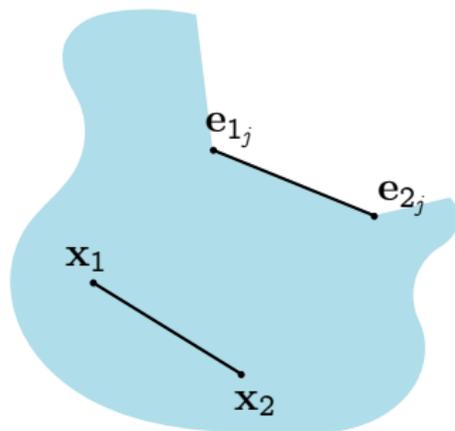
$$\zeta_{x_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{2_j}) < 0 \wedge \zeta_{x_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{2_j}) < 0 \right) \vee$$

$$(\zeta_{x_1} = -\zeta_{x_2}) \wedge \left($$

$$\left(\zeta_{e_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee \zeta_{e_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{1_j}) < 0 \right) \wedge$$

$$\left(\zeta_{e_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{2_j}) > 0 \vee \zeta_{e_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{2_j}) < 0 \right) \right) \vee$$

$$\left([\mathbf{x}_i \cup \mathbf{x}_1 \cup \mathbf{x}_2] \cap [\mathbf{e}_{1_j} \cup \mathbf{e}_{2_j}] = \emptyset \right) \}.$$



Visibilité d'un segment

- Avec un obstacle de type segment

→ Espace visible

$$E_{\varepsilon_j^s}(\text{Seg}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)) = \{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^2 \mid$$

$$(\zeta_{x_1} = \zeta_{x_2}) \wedge \left(\zeta_{x_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{e}_{2_j} - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee$$

$$\zeta_{x_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \wedge \zeta_{x_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee$$

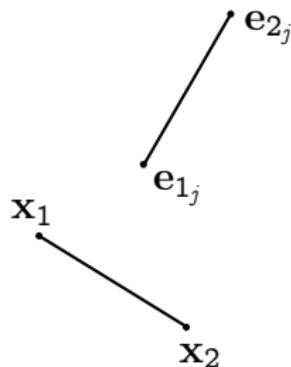
$$\zeta_{x_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{2_j}) < 0 \wedge \zeta_{x_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{2_j}) < 0 \right) \vee$$

$$(\zeta_{x_1} = -\zeta_{x_2}) \wedge \left($$

$$\left(\zeta_{e_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee \zeta_{e_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{1_j}) < 0 \right) \wedge$$

$$\left(\zeta_{e_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{2_j}) > 0 \vee \zeta_{e_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{2_j}) < 0 \right) \right) \vee$$

$$\left([\mathbf{x}_i \cup \mathbf{x}_1 \cup \mathbf{x}_2] \cap [\mathbf{e}_{1_j} \cup \mathbf{e}_{2_j}] = \emptyset \right) \}.$$



Visibilité d'un segment

- Avec un obstacle de type segment

→ Espace visible

$$E_{\varepsilon_j^s}(\text{Seg}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)) = \{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^2 \mid$$

$$(\zeta_{x_1} = \zeta_{x_2}) \wedge \left(\zeta_{x_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{e}_{2_j} - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee$$

$$\zeta_{x_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \wedge \zeta_{x_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee$$

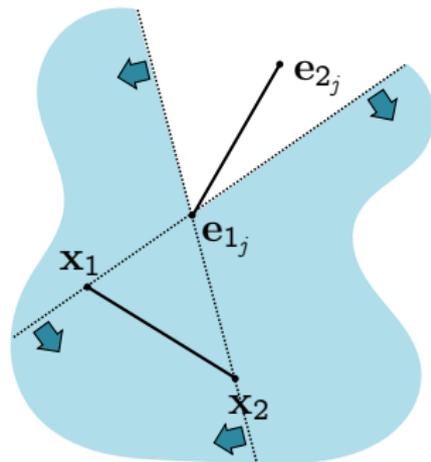
$$\zeta_{x_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{2_j}) < 0 \wedge \zeta_{x_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{2_j}) < 0 \right) \vee$$

$$(\zeta_{x_1} = -\zeta_{x_2}) \wedge \left($$

$$\left(\zeta_{e_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee \zeta_{e_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{1_j}) < 0 \right) \wedge$$

$$\left(\zeta_{e_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{2_j}) > 0 \vee \zeta_{e_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{2_j}) < 0 \right) \right) \vee$$

$$\left([\mathbf{x}_i \cup \mathbf{x}_1 \cup \mathbf{x}_2] \cap [\mathbf{e}_{1_j} \cup \mathbf{e}_{2_j}] = \emptyset \right) \}.$$



Visibilité d'un segment

- Avec un obstacle de type segment

→ Espace visible

$$E_{e_j^s}(Seg(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)) = \{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^2 \mid$$

$$(\zeta_{x_1} = \zeta_{x_2}) \wedge \left(\zeta_{x_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{e}_{2_j} - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee$$

$$\zeta_{x_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \wedge \zeta_{x_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee$$

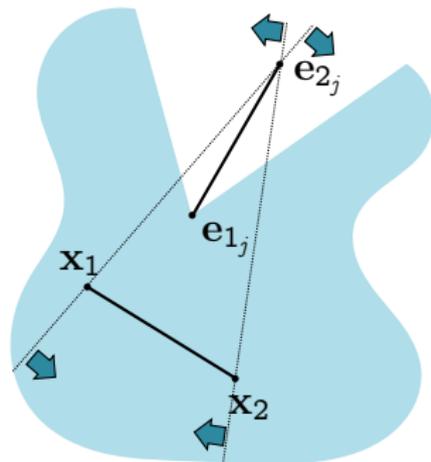
$$\zeta_{x_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{2_j}) < 0 \wedge \zeta_{x_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{2_j}) < 0 \right) \vee$$

$$(\zeta_{x_1} = -\zeta_{x_2}) \wedge \left($$

$$\left(\zeta_{e_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee \zeta_{e_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{1_j}) < 0 \right) \wedge$$

$$\left(\zeta_{e_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{2_j}) > 0 \vee \zeta_{e_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{2_j}) < 0 \right) \right) \vee$$

$$\left. \left([\mathbf{x}_i \cup \mathbf{x}_1 \cup \mathbf{x}_2] \cap [\mathbf{e}_{1_j} \cup \mathbf{e}_{2_j}] = \emptyset \right) \right\}.$$



Visibilité d'un segment

- Avec un obstacle de type segment

→ Espace visible

$$E_{\varepsilon_j^s}(\text{Seg}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)) = \{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^2 \mid$$

$$(\zeta_{x_1} = \zeta_{x_2}) \wedge \left(\zeta_{x_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{e}_{2_j} - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee$$

$$\zeta_{x_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \wedge \zeta_{x_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee$$

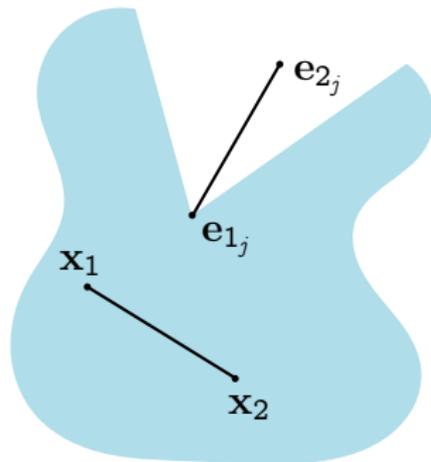
$$\zeta_{x_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{2_j}) < 0 \wedge \zeta_{x_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{2_j}) < 0 \right) \vee$$

$$(\zeta_{x_1} = -\zeta_{x_2}) \wedge \left($$

$$\left(\zeta_{e_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{1_j}) > 0 \vee \zeta_{e_1} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{1_j} \mid \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{1_j}) < 0 \right) \wedge$$

$$\left(\zeta_{e_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}_{2_j}) > 0 \vee \zeta_{e_2} \det(\mathbf{x}_i - \mathbf{e}_{2_j} \mid \mathbf{x}_2 - \mathbf{e}_{2_j}) < 0 \right) \right) \vee$$

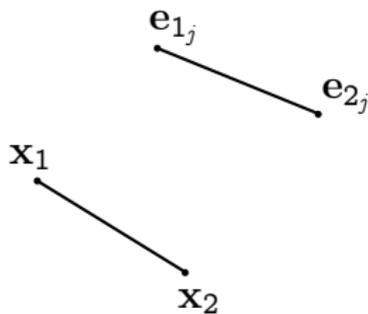
$$\left. \left([\mathbf{x}_i \cup \mathbf{x}_1 \cup \mathbf{x}_2] \cap [\mathbf{e}_{1_j} \cup \mathbf{e}_{2_j}] = \emptyset \right) \right\}.$$



Visibilité d'un segment

- Avec un obstacle de type segment
 - Espace visible
 - Espace non-visible

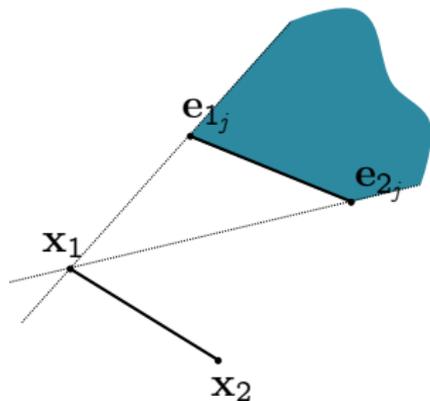
$$\widehat{E}_{\varepsilon_j^s}(\text{Seg}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)) = \widehat{E}_{\varepsilon_j^s}(\mathbf{x}_1) \cap \widehat{E}_{\varepsilon_j^s}(\mathbf{x}_2)$$



Visibilité d'un segment

- Avec un obstacle de type segment
 - Espace visible
 - Espace non-visible

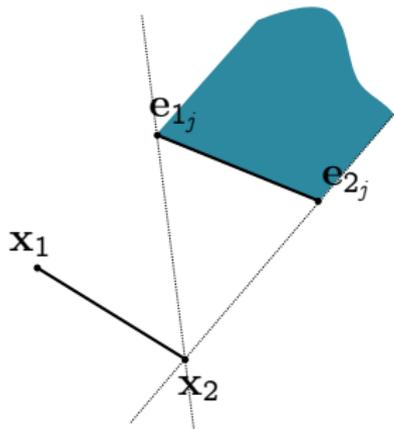
$$\widehat{E}_{\varepsilon_j^s}(\text{Seg}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)) = \widehat{E}_{\varepsilon_j^s}(\mathbf{x}_1) \cap \widehat{E}_{\varepsilon_j^s}(\mathbf{x}_2)$$



Visibilité d'un segment

- Avec un obstacle de type segment
 - Espace visible
 - Espace non-visible

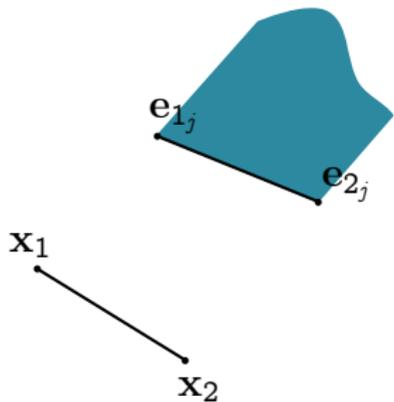
$$\widehat{E}_{\varepsilon_j^s}(\text{Seg}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)) = \widehat{E}_{\varepsilon_j^s}(\mathbf{x}_1) \cap \widehat{E}_{\varepsilon_j^s}(\mathbf{x}_2)$$



Visibilité d'un segment

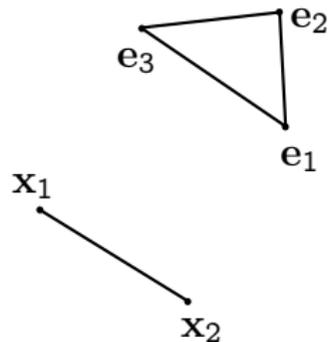
- Avec un obstacle de type segment
 - Espace visible
 - Espace non-visible

$$\widehat{E}_{\varepsilon_j^s}(\text{Seg}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)) = \widehat{E}_{\varepsilon_j^s}(\mathbf{x}_1) \cap \widehat{E}_{\varepsilon_j^s}(\mathbf{x}_2)$$



Visibilité d'un segment

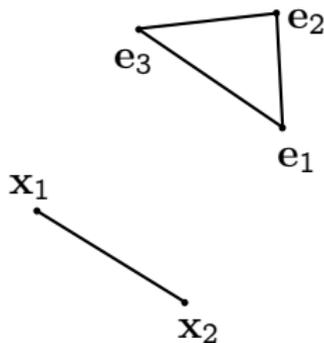
- Avec un obstacle de type segment
- Avec un obstacle de type polygone



Visibilité d'un segment

- Avec un obstacle de type segment
- Avec un obstacle de type polygone
→ Espace visible

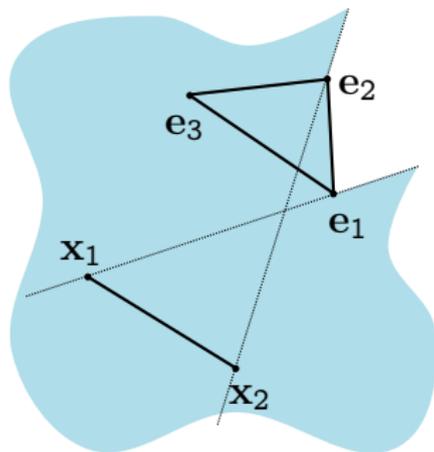
$$E_{\varepsilon_j^p}(Seg(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)) = \bigcap_{k=1}^{n_{P_j}} E_{\varepsilon_k^s}(Seg(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2))$$



Visibilité d'un segment

- Avec un obstacle de type segment
 - Avec un obstacle de type polygone
- Espace visible

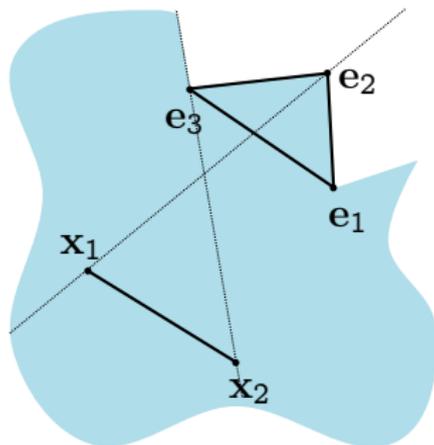
$$E_{\varepsilon_j^p}(\text{Seg}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)) = \bigcap_{k=1}^{n_{P_j}} E_{\varepsilon_k^s}(\text{Seg}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2))$$



Visibilité d'un segment

- Avec un obstacle de type segment
 - Avec un obstacle de type polygone
- Espace visible

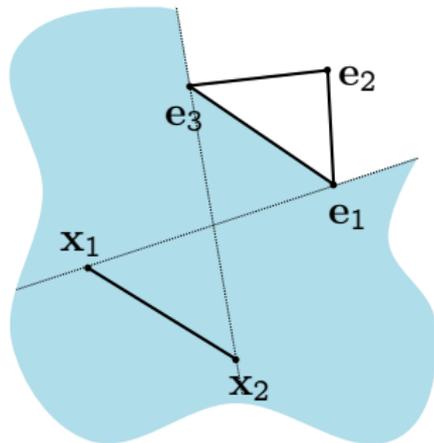
$$E_{\varepsilon_j^p}(Seg(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)) = \bigcap_{k=1}^{n_{P_j}} E_{\varepsilon_k^s}(Seg(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2))$$



Visibilité d'un segment

- Avec un obstacle de type segment
- Avec un obstacle de type polygone
 - Espace visible

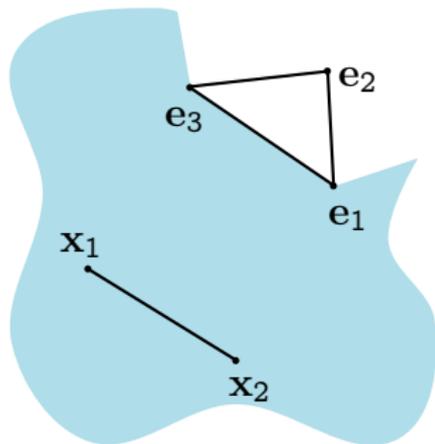
$$E_{\varepsilon_j^p}(\text{Seg}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)) = \bigcap_{k=1}^{n_{P_j}} E_{\varepsilon_k^s}(\text{Seg}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2))$$



Visibilité d'un segment

- Avec un obstacle de type segment
 - Avec un obstacle de type polygone
- Espace visible

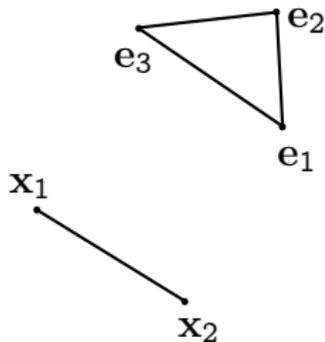
$$E_{\varepsilon_j^p}(Seg(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)) = \bigcap_{k=1}^{n_{P_j}} E_{\varepsilon_k^s}(Seg(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2))$$



Visibilité d'un segment

- Avec un obstacle de type segment
- Avec un obstacle de type polygone
 - Espace visible
 - Espace non-visible

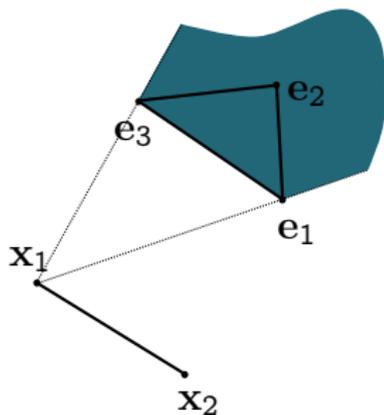
$$\widehat{E}_{\varepsilon_j^p}(\text{Seg}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)) = \widehat{E}_{\varepsilon_j^p}(\mathbf{x}_1) \cap \widehat{E}_{\varepsilon_j^p}(\mathbf{x}_2)$$



Visibilité d'un segment

- Avec un obstacle de type segment
- Avec un obstacle de type polygone
 - Espace visible
 - Espace non-visible

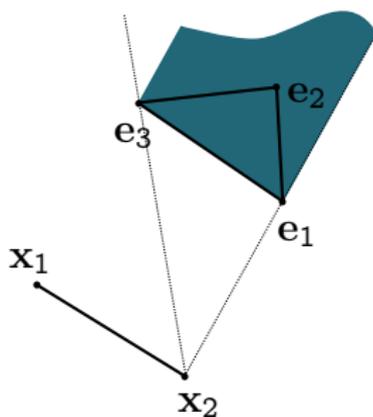
$$\widehat{E}_{\varepsilon_j^p}(\text{Seg}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)) = \widehat{E}_{\varepsilon_j^p}(\mathbf{x}_1) \cap \widehat{E}_{\varepsilon_j^p}(\mathbf{x}_2)$$



Visibilité d'un segment

- Avec un obstacle de type segment
- Avec un obstacle de type polygone
 - Espace visible
 - Espace non-visible

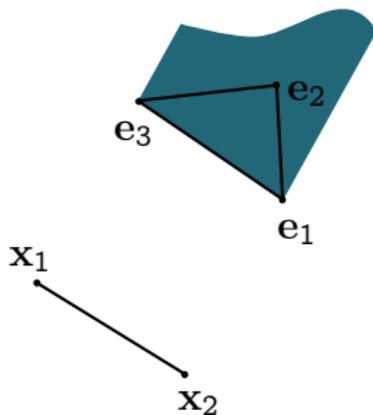
$$\widehat{E}_{\varepsilon_j^p}(\text{Seg}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)) = \widehat{E}_{\varepsilon_j^p}(\mathbf{x}_1) \cap \widehat{E}_{\varepsilon_j^p}(\mathbf{x}_2)$$



Visibilité d'un segment

- Avec un obstacle de type segment
- Avec un obstacle de type polygone
 - Espace visible
 - Espace non-visible

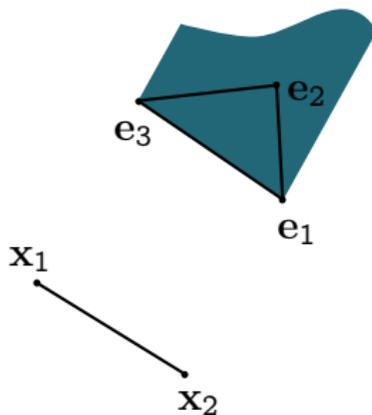
$$\widehat{E}_{\varepsilon_j^p}(\text{Seg}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)) = \widehat{E}_{\varepsilon_j^p}(\mathbf{x}_1) \cap \widehat{E}_{\varepsilon_j^p}(\mathbf{x}_2)$$



Visibilité d'un segment

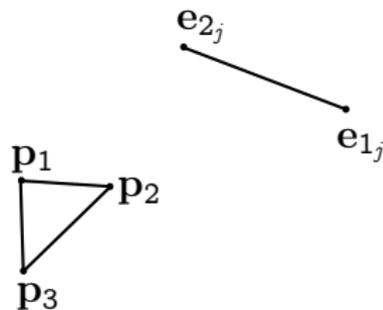
- Avec un obstacle de type segment
- Avec un obstacle de type polygone
 - Espace visible
 - Espace non-visible

$$\widehat{E}_{\varepsilon_j^p}(\text{Seg}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)) = \widehat{E}_{\varepsilon_j^p}(\mathbf{x}_1) \cap \widehat{E}_{\varepsilon_j^p}(\mathbf{x}_2)$$



Visibilité d'un polygone

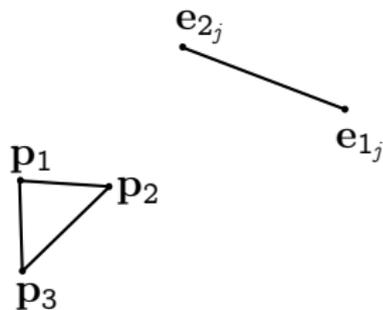
- Avec un obstacle de type segment



Visibilité d'un polygone

- Avec un obstacle de type segment
→ Espace visible

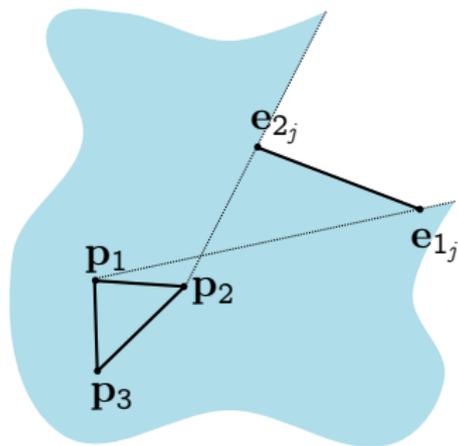
$$E_{\varepsilon_j^s}(P) = \bigcap_{k=1}^{n_P} E_{\varepsilon_j^s}(\text{Seg}(\mathbf{p}_k, \mathbf{p}_{k+1}))$$



Visibilité d'un polygone

- Avec un obstacle de type segment
→ Espace visible

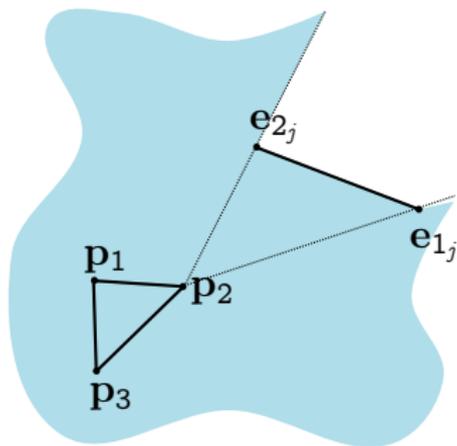
$$E_{\varepsilon_j^s}(P) = \bigcap_{k=1}^{n_P} E_{\varepsilon_j^s}(\text{Seg}(\mathbf{p}_k, \mathbf{p}_{k+1}))$$



Visibilité d'un polygone

- Avec un obstacle de type segment
→ Espace visible

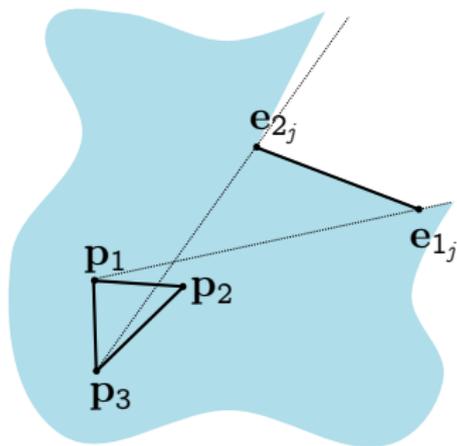
$$E_{\varepsilon_j^s}(P) = \bigcap_{k=1}^{n_P} E_{\varepsilon_j^s}(\text{Seg}(\mathbf{p}_k, \mathbf{p}_{k+1}))$$



Visibilité d'un polygone

- Avec un obstacle de type segment
→ Espace visible

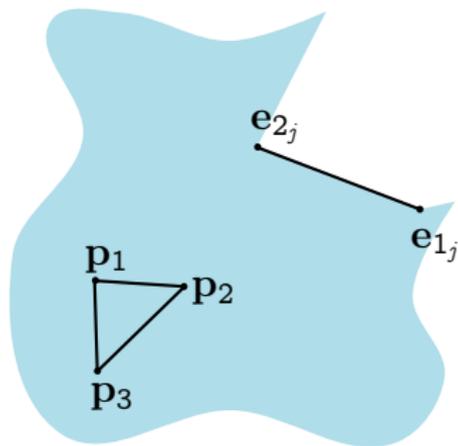
$$E_{\varepsilon_j^s}(P) = \bigcap_{k=1}^{n_P} E_{\varepsilon_j^s}(\text{Seg}(\mathbf{p}_k, \mathbf{p}_{k+1}))$$



Visibilité d'un polygone

- Avec un obstacle de type segment
→ Espace visible

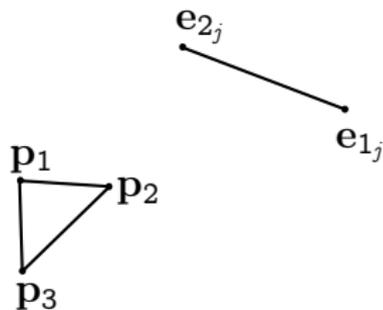
$$E_{\varepsilon_j^s}(P) = \bigcap_{k=1}^{n_P} E_{\varepsilon_j^s}(\text{Seg}(\mathbf{p}_k, \mathbf{p}_{k+1}))$$



Visibilité d'un polygone

- Avec un obstacle de type segment
 - Espace visible
 - Espace non-visible

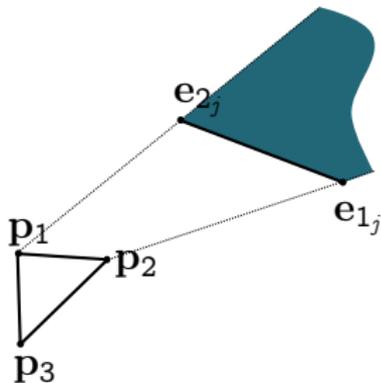
$$\widehat{E}_{\varepsilon_j^s}(P) = \bigcap_{k=1}^{n_P} \widehat{E}_{\varepsilon_j^s}(\text{Seg}(\mathbf{p}_k, \mathbf{p}_{k+1}))$$



Visibilité d'un polygone

- Avec un obstacle de type segment
 - Espace visible
 - Espace non-visible

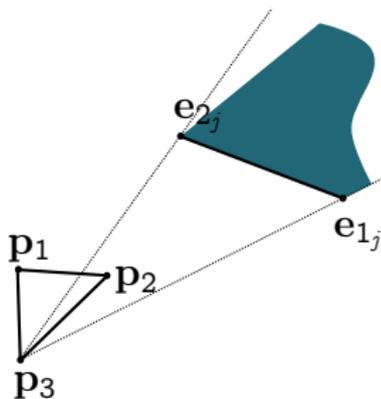
$$\widehat{E}_{\varepsilon_j^s}(P) = \bigcap_{k=1}^{n_P} \widehat{E}_{\varepsilon_j^s}(\text{Seg}(\mathbf{p}_k, \mathbf{p}_{k+1}))$$



Visibilité d'un polygone

- Avec un obstacle de type segment
 - Espace visible
 - Espace non-visible

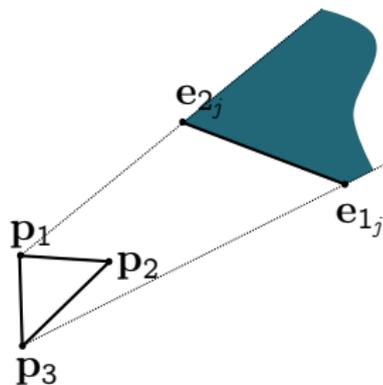
$$\widehat{E}_{\varepsilon_j^s}(P) = \bigcap_{k=1}^{n_P} \widehat{E}_{\varepsilon_j^s}(\text{Seg}(\mathbf{p}_k, \mathbf{p}_{k+1}))$$



Visibilité d'un polygone

- Avec un obstacle de type segment
 - Espace visible
 - Espace non-visible

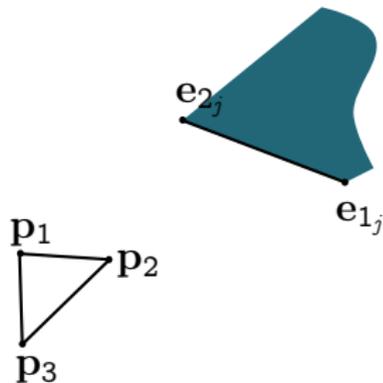
$$\widehat{E}_{\varepsilon_j^s}(P) = \bigcap_{k=1}^{n_P} \widehat{E}_{\varepsilon_j^s}(\text{Seg}(\mathbf{p}_k, \mathbf{p}_{k+1}))$$



Visibilité d'un polygone

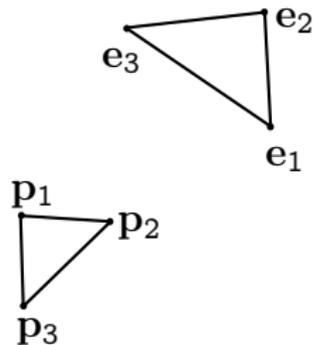
- Avec un obstacle de type segment
 - Espace visible
 - Espace non-visible

$$\widehat{E}_{\varepsilon_j^s}(P) = \bigcap_{k=1}^{n_P} \widehat{E}_{\varepsilon_j^s}(\text{Seg}(\mathbf{p}_k, \mathbf{p}_{k+1}))$$



Visibilité d'un polygone

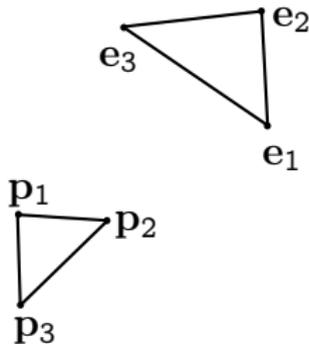
- Avec un obstacle de type segment
- Avec un obstacle de type polygone



Visibilité d'un polygone

- Avec un obstacle de type segment
 - Avec un obstacle de type polygone
- Espace visible

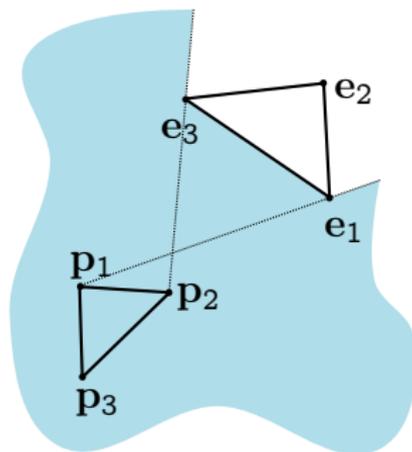
$$E_{\varepsilon_j^p}(P) = \bigcap_{k=1}^{n_P} E_{\varepsilon_j^p}(\text{Seg}(\mathbf{p}_k, \mathbf{p}_{k+1}))$$



Visibilité d'un polygone

- Avec un obstacle de type segment
 - Avec un obstacle de type polygone
- Espace visible

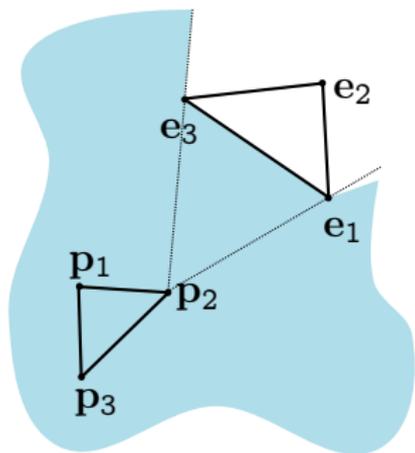
$$E_{\varepsilon_j^p}(P) = \bigcap_{k=1}^{n_P} E_{\varepsilon_j^p}(\text{Seg}(\mathbf{p}_k, \mathbf{p}_{k+1}))$$



Visibilité d'un polygone

- Avec un obstacle de type segment
 - Avec un obstacle de type polygone
- Espace visible

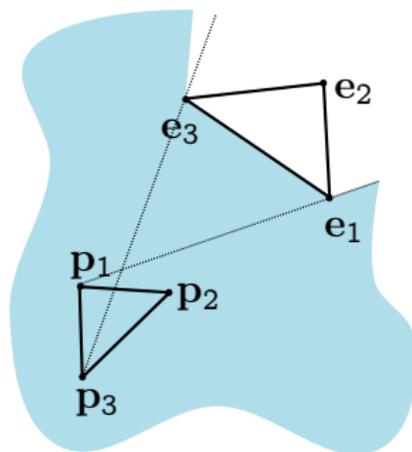
$$E_{\varepsilon_j^p}(P) = \bigcap_{k=1}^{n_P} E_{\varepsilon_j^p}(\text{Seg}(\mathbf{p}_k, \mathbf{p}_{k+1}))$$



Visibilité d'un polygone

- Avec un obstacle de type segment
 - Avec un obstacle de type polygone
- Espace visible

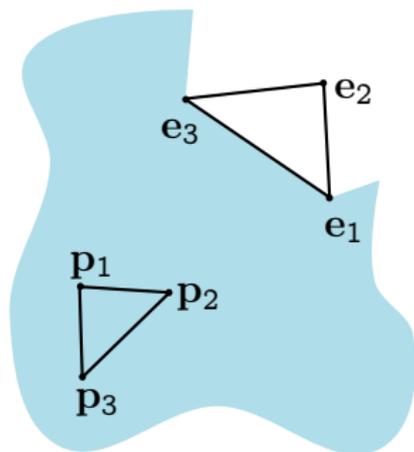
$$E_{\varepsilon_j^p}(P) = \bigcap_{k=1}^{n_P} E_{\varepsilon_j^p}(\text{Seg}(\mathbf{p}_k, \mathbf{p}_{k+1}))$$



Visibilité d'un polygone

- Avec un obstacle de type segment
 - Avec un obstacle de type polygone
- Espace visible

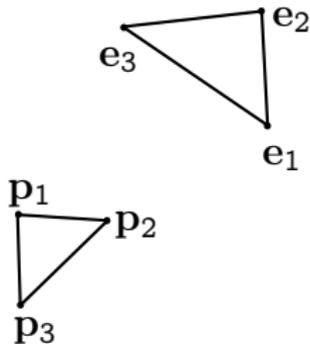
$$E_{\varepsilon_j^p}(P) = \bigcap_{k=1}^{n_P} E_{\varepsilon_j^p}(\text{Seg}(\mathbf{p}_k, \mathbf{p}_{k+1}))$$



Visibilité d'un polygone

- Avec un obstacle de type segment
- Avec un obstacle de type polygone
 - Espace visible
 - Espace non-visible

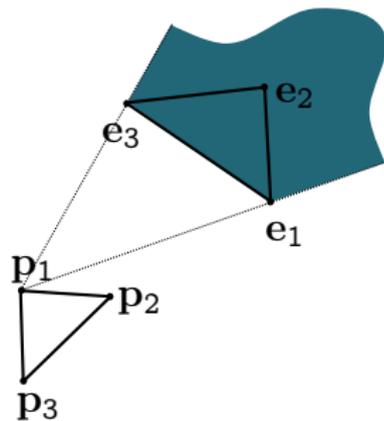
$$\widehat{E}_{\varepsilon_j^p}(P) = \bigcap_{k=1}^{n_P} \widehat{E}_{\varepsilon_j^p}(p_k)$$



Visibilité d'un polygone

- Avec un obstacle de type segment
- Avec un obstacle de type polygone
 - Espace visible
 - Espace non-visible

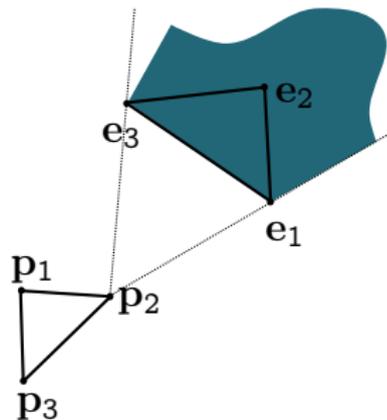
$$\widehat{E}_{\varepsilon_j^p}(P) = \bigcap_{k=1}^{n_P} \widehat{E}_{\varepsilon_j^p}(\mathbf{p}_k)$$



Visibilité d'un polygone

- Avec un obstacle de type segment
- Avec un obstacle de type polygone
 - Espace visible
 - Espace non-visible

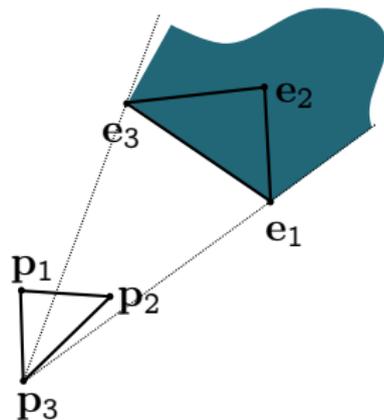
$$\widehat{E}_{\varepsilon_j^p}(P) = \bigcap_{k=1}^{n_P} \widehat{E}_{\varepsilon_j^p}(\mathbf{p}_k)$$



Visibilité d'un polygone

- Avec un obstacle de type segment
- Avec un obstacle de type polygone
 - Espace visible
 - Espace non-visible

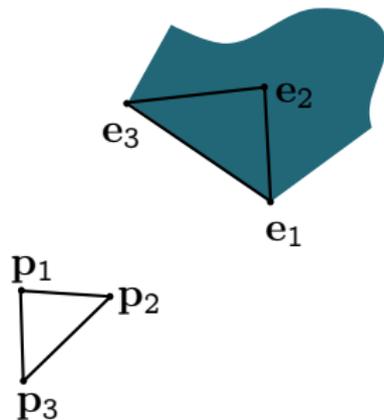
$$\widehat{E}_{\varepsilon_j^p}(P) = \bigcap_{k=1}^{n_P} \widehat{E}_{\varepsilon_j^p}(\mathbf{p}_k)$$



Visibilité d'un polygone

- Avec un obstacle de type segment
- Avec un obstacle de type polygone
 - Espace visible
 - Espace non-visible

$$\widehat{E}_{\varepsilon_j^p}(P) = \bigcap_{k=1}^{n_P} \widehat{E}_{\varepsilon_j^p}(\mathbf{p}_k)$$



Visibilité d'un polygone

- Avec un obstacle de type segment
- Avec un obstacle de type polygone
 - Espace visible
 - Espace non-visible

$$\hat{E}_{\varepsilon_j^p}(P) = \bigcap_{k=1}^{n_P} \hat{E}_{\varepsilon_j^p}(\mathbf{p}_k)$$

