

TP 2 - KUKA KR3 R540 : Calcul de la position du repère Outil par la méthode « XYZ 4 points »

Jean-Louis Boimond
Université Angers

Ne connaissant pas les caractéristiques des outils (*Tools*) susceptibles d'être utilisés, les fabricants de robots industriels définissent par défaut le repère associé à l'outil (repère noté $R_T = (O_T, x_T, y_T, z_T)$) comme étant égal au repère associé à la flasque¹ du robot (repère noté $R_7 = (O_7, x_7, y_7, z_7)$). Aussi une fois l'outil fixé au bras du robot, il est important de redéfinir le repère R_T pour permettre de disposer de points de mesure exprimés dans un repère Outil correctement adapté à l'outil. Il est alors possible de déplacer le bras du robot selon son repère Outil (notamment pour permettre à l'outil de tourner autour de son origine, O_T).

Lorsque **les dimensions de l'outil sont connues** (avec suffisamment de précision pour ne pas dégrader les performances de précision du robot), il est possible d'enregistrer directement les valeurs (X, Y, Z, A, B, C) correspondant à la situation (position et orientation) du repère R_T par rapport au repère R_7 .

Lorsque **les dimensions de l'outil ne sont pas connues**, des méthodes d'apprentissage, basées sur l'acquisition de points de mesure (de dimension 6), sont utilisées pour disposer de la situation (position et orientation) du repère Outil par rapport au repère R_7 . Deux cas sont à considérer relativement aux méthodes à employer selon la complexité de l'outil.

A) **Dans le cas d'un outil simple** (où l'orientation du repère Outil est identique à celle du repère R_7 , voir la figure suivante), par exemple, une torche de soudure, on s'intéresse à déterminer la position du repère Outil (c-à-d, son origine O_T) située normalement au point de travail de l'outil. Dans le cas de ce TP, le point de travail de l'outil (constitué d'une pointe) sera situé à son extrémité. Pour déterminer cette position (qui va donc remplacer celle fixée par défaut au point d'origine du repère R_7 (point O_7 situé au centre de la flasque)), les constructeurs de robots proposent d'appliquer une méthode d'apprentissage basée sur la mesure de 3 ou 4 points (3 points pour les robots FANUC, 4 points pour les robots KUKA comme on le verra à la question 1).

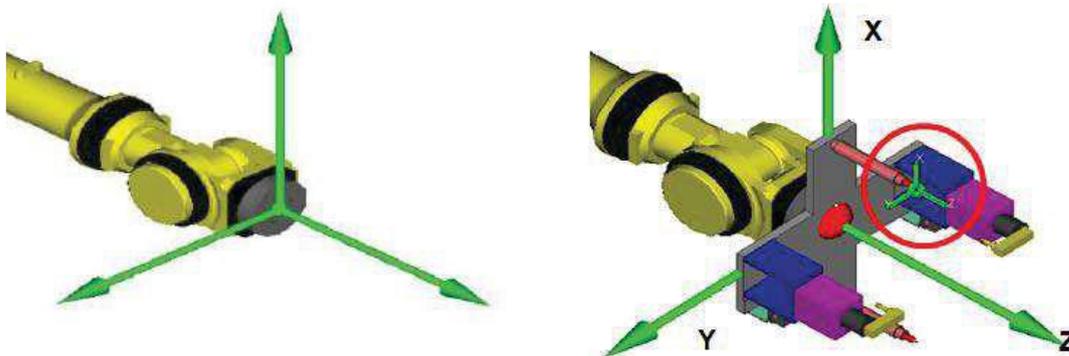


Figure 1 : repère de la flasque (R_7)

repère de l'outil simple (R_T).

Ces méthodes se basent sur la mesure de points distincts (c-à-d, correspondant à différentes postures du bras du robot) telles que l'origine (O_T) du repère Outil, située à l'extrémité/la pointe de

¹ Dispositif facilitant la connexion d'un outil au bras du robot.

l'outil, touche un même point de référence, noté P (défini dans l'espace R^3). Veillez à ce que les différentes postures soient suffisamment distinctes les unes des autres, **notamment faites en sorte de modifier toutes les valeurs des articulations (A_1, \dots, A_6) lors du passage d'une posture à la posture suivante**, voir la figure 2.

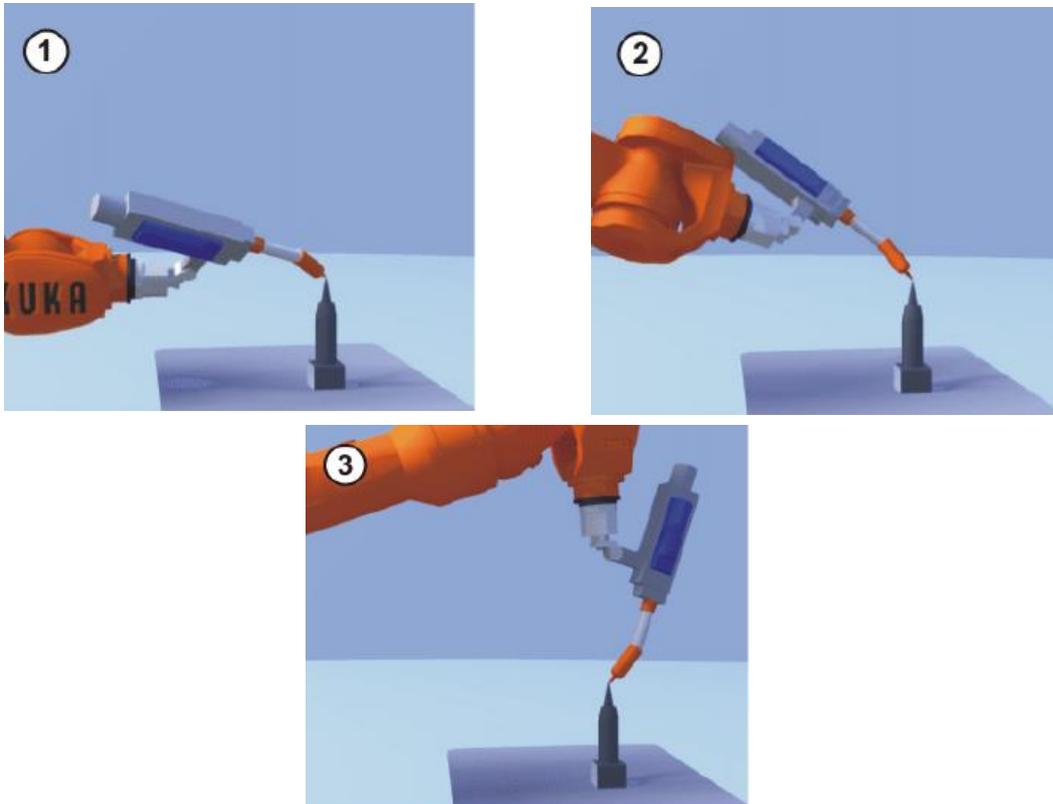


Figure 2 : 3 postures différentes telles que l'origine (O_T) du repère Outil touche un même point de référence (P).

B) **Dans le cas d'outil complexe**, il s'agit de déterminer le repère Outil dans son ensemble (sa position, mais également son orientation) par rapport au repère R_7 , voir la figure 3. Pour cela, en plus d'une méthode permettant de déterminer la position du repère Outil, les constructeurs de robots proposent une méthode, également basée sur la mesure de points, pour déterminer son orientation.

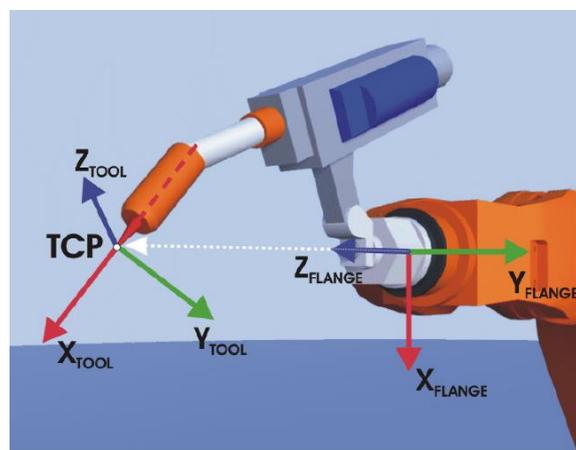


Figure 3 : repère de la flasque (*flange*) (R_7) et repère de l'outil (*tool*) (R_T) complexe.

Application :

- 1) Appliquons la méthode des 4 points proposée par KUKA dans le cas d'un outil simple (c-à-d, où seule l'origine (O_T) du repère Outil est à définir). Les étapes à réaliser pour cela sont décrites ci-dessous.

NB : Il est nécessaire de disposer des coordonnées articulaires ($A1, \dots, A6$) de chacune des 4 postures utilisées dans la méthode des 4 points pour répondre à la question 7 du TP. **Aussi, en parallèle à l'application de la méthode, plus précisément, avant d'appuyer sur Mesurer aux étapes 3, 4, 5, prenez soin de noter les coordonnées articulaires correspondant à la posture adoptée avant de valider chacune des 4 mesures (pour afficher ces coordonnées, sélectionner dans le menu principal : **Affichage > Position réelle**).**

Etape 1 : Dans le menu principal, sélectionner **Mise en service > Mesurer > Outil > XYZ 4 points**.

Etape 2 : Sélectionner un numéro pour l'outil à mesurer et affecter un nom à l'outil. Confirmer avec **Suite**.

Etape 3 : Accoster un point de référence (point noté P précédemment) avec l'origine du repère Outil (situé à l'extrémité de l'outil). Appuyer sur **Mesurer**. Répondre à la question de sécurité par **Oui**.

Etape 4 : Accoster le point de référence avec l'origine du repère Outil en venant d'une autre direction (c-à-d, en adoptant une autre posture). Appuyer sur **Mesurer**. Répondre à la question de sécurité par **Oui**.

Etape 5 : Répéter 2 fois l'étape 4.

Etape 6 : Cette étape sur les données de la charge n'est pas nécessaire. Aussi, confirmer ce qui est indiqué par défaut en appuyant sur **Suite**.

Etape 7 : Il est possible d'afficher les coordonnées opérationnelles (X, Y, Z, A, B, C) des points mesurés², ce qui n'est pas nécessaire.

La position (X, Y, Z) du point d'origine de l'Outil (O_T) dans le repère R_7 est affichée. Appuyer sur **Sauvegarder** pour sauvegarder ces données dans le repère outil défini à l'étape 2.

Fermer la fenêtre en appuyant sur **Fermer**.

Les questions qui suivent vont permettre de retrouver par le calcul un résultat équivalent en utilisant une démarche similaire, si ce n'est que seulement la mesure de 3 points (à l'image des robots FANUC), au lieu de 4 points, va être utilisée. Autrement dit, il s'agit de déterminer le vecteur $\overrightarrow{O_7 O_T}$ dans R_7 à partir de 3 postures distinctes du robot telles que le point O_T touche un même point de référence P , soit $\overrightarrow{O_0 O_T}|_{R_0} = \overrightarrow{O_0 P}|_{R_0}$.

- 2) Etablir l'équation exprimant le vecteur $\overrightarrow{O_0 O_T}$ dans R_0 en fonction des matrices de transformation homogène $T_{0,7}$ et $T_{7,T}$, lesquelles correspondent respectivement au modèle géométrique direct (MGD) du robot (voir la figure 4, le repère R_0 est fixé au socle du robot, le repère R_7 est celui associé à la flasque du robot) et à son outil.

- 3) Calcul de la matrice $T_{0,7}$:

3.1) Compléter le tableau suivant de Denavit-Hartenberg modifié :

² Pour cela, appuyer sur **Points de mesure**. Retourner à l'affichage précédent en appuyant sur **Retour**.

j	$(T_{j-1,j})$	α_j	d_j	θ_j	r_j
1	$(T_{0,1})$				
2	$(T_{1,2})$				
3	$(T_{2,3})$				
4	$(T_{3,4})$				
5	$(T_{4,5})$				
6	$(T_{5,6})$				
7	$(T_{6,7})$				

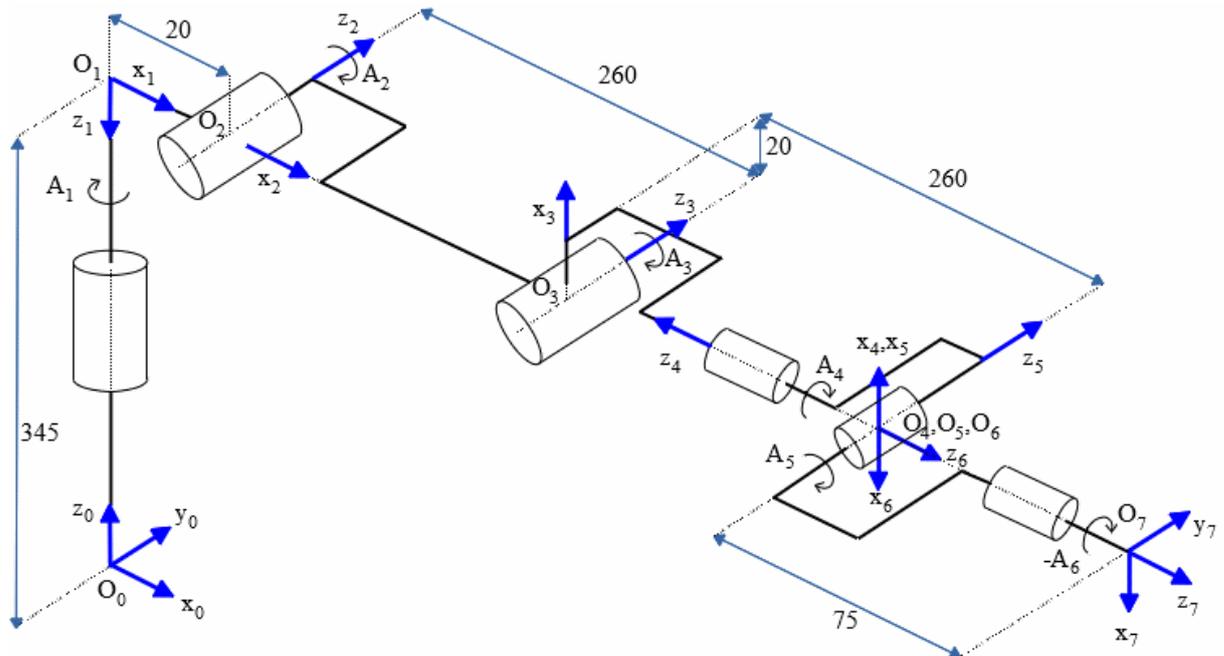


Figure 4 : représentation des repères associés aux corps du robot, les distances sont en mm.

3.2) En déduire un script MatLab permettant le calcul de la matrice $T_{0,7}$ en fonction des valeurs angulaires A_1, \dots, A_6 . Tester le calcul de la matrice en prenant une posture quelconque du robot.

N.B. : Des scripts MatLab utiles pour le calcul et le test de la matrice sont contenus dans le fichier zip accessible via le lien [Tools_Kuka_TP2.zip](#).

- 4) Exprimer la matrice de transformation homogène $T_{7,T}$ (rappel : l'outil inséré est simple).
- 5) On suppose disposer de 3 postures telles le point d'origine O_T (situé à l'extrémité de l'outil) est commun, voir figure 2. Soient $\vec{1}q, \vec{2}q, \vec{3}q$, les vecteurs articulaires correspondant à ces 3 postures.

5.1) Etablir les 3 égalités traduisant le fait que le vecteur $\overrightarrow{O_0 O_T}$, exprimé dans R_0 , est le même pour les 3 postures.

5.2) Pour chacune de ces égalités, en déduire une équation en fonction du vecteur $\overrightarrow{O_7 O_T}$ exprimé dans R_7 ; pour établir cette équation, on note $\begin{pmatrix} {}^i R_{0,7} & {}^i t \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ la matrice de transformation homogène $T_{0,7}$ correspondant à la posture i ($i = 1, 2$ ou 3).

Vous noterez que ces 3 équations, de type $c \times \overrightarrow{O_7 O_T}|_{R_7} = d$, sont telles que le déterminant de la matrice c , de dimension (3×3) , est nul, ce qui empêche de déduire le

vecteur $\overrightarrow{O_7 O_T}_{|R_7}$ à partir de la connaissance de seulement 2 postures (ce qui explique la nécessité de prendre en compte au moins 3 postures).

- 6) Dédurre de ces 3 égalités une équation de type $A \times \overrightarrow{O_7 O_T}_{|R_7} = b$ où A et b sont des matrices de dimension (9×3) et (9×1) respectivement. La résolution de cette équation permet ainsi de calculer le vecteur $\overrightarrow{O_7 O_T}$ dans R_7 . Pour rappel, la solution d'un système d'équations linéaires, de type $Ax = b$, dans le cas où le nombre d'équations est supérieur au nombre d'inconnu, est donnée par l'expression :

$$A^\# b \text{ avec } A^\# = (A^t A)^{-1} A^t,$$

sachant que cette solution minimise l'erreur $\|Ax - b\|$ (au sens des moindres carrés).

- 7) En déduire un script MatLab permettant le calcul du vecteur $\overrightarrow{O_7 O_T}$ dans R_7 . Afin de comparer le résultat obtenu avec celui issu de la méthode des 4 points décrite à la question 1, prendre les valeurs articulaires $\overrightarrow{^1q}, \overrightarrow{^2q}, \overrightarrow{^3q}$ correspondant à 3 des 4 postures considérées à la question 1. Calculer le déterminant correspondant à la matrice $A^t A$ (dont l'inverse est utilisé dans le calcul de la matrice $A^\#$) afin d'apprécier son conditionnement³. Calculer l'erreur $\|Ax - b\|$.
- 8) Comparer la solution obtenue avec celle issue de la méthode des 4 points décrite à la question 1.

³ Pour le système linéaire $Ax = b$, où les données sont la matrice A et le vecteur b , le conditionnement donne une borne de l'erreur relative commise sur la solution x lorsque les données A ou b sont perturbées. Il peut s'avérer que cette borne soit très grande, de sorte que l'erreur qui pourrait en découler rende la solution numérique inexploitable.