

TP/TD 3 - KUKA KR3 R540 : Calcul de l'orientation du repère Outil, mesure des angles A, B, C par la méthode « ABC 2 points »

Jean-Louis Boimond
Université Angers

Ne connaissant pas les caractéristiques des outils (*tools*) susceptibles d'être utilisés, les fabricants de robots industriels définissent par défaut le repère associé à l'outil (noté $R_{TOOL} = (O_{TOOL}, \vec{x}_{TOOL}, \vec{y}_{TOOL}, \vec{z}_{TOOL})$) comme étant égal/confondu au repère associé à la flasque (*flange*)¹ du robot (noté $R_{FLANGE} = (O_{FLANGE}, \vec{x}_{FLANGE}, \vec{y}_{FLANGE}, \vec{z}_{FLANGE})$). Une fois l'outil fixé au bras du robot, le repère R_{TOOL} est redéfini pour prendre en compte l'outil en permettant de disposer de points de mesure issus de déplacements du bras du robot selon le repère Outil notamment pour permettre à l'outil de se déplacer le long de ses axes ou de tourner autour de son origine (O_{TOOL}).

Lorsque **les dimensions de l'outil sont connues** avec suffisamment de précision pour satisfaire les performances de précision attendues du robot, il est possible d'enregistrer directement les valeurs (X, Y, Z, A, B, C) correspondant à la situation (position et orientation) du repère R_{TOOL} par rapport au repère R_{FLANGE} . **Dans le cas contraire**, des méthodes d'apprentissage, basées sur l'acquisition de points de mesure (de dimension 6), sont utilisées pour disposer de la situation du repère R_{TOOL} par rapport au repère R_{FLANGE} . Deux cas se distinguent selon la complexité de l'outil.

Dans le cas d'un **outil dit simple**, l'orientation du repère R_{TOOL} est identique à celle du repère R_{FLANGE} , voir la Figure 1. Aussi, il reste « seulement » à déterminer l'origine O_{TOOL} , correspondant au Centre De L'Outil (**CDO**) -Tool Center Position (**TCP**) en anglais-, située habituellement au point de travail de l'outil : par exemple l'extrémité de la pointe si l'outil est une pointe, ou l'une des deux extrémités de la pince si l'outil est une pince. Pour déterminer cette origine, KUKA propose d'utiliser par exemple la méthode « XYZ 4 Points », voir le TP « KUKA KR3 R540 - Calcul de la position du repère Outil par la méthode XYZ 4 points ».

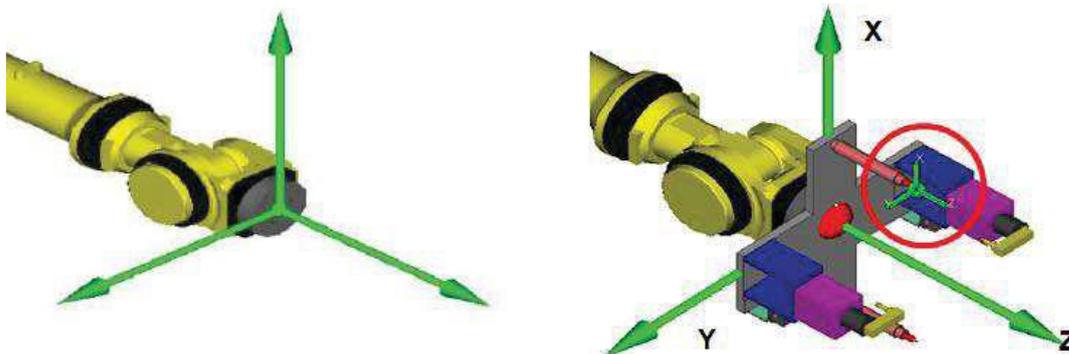


Figure 1 : repère de la flasque (R_{FLANGE})

repère de l'outil simple (R_{TOOL}).

Dans le cas présent, l'outil est dit complexe au sens où le repère R_{TOOL} est à déterminer dans sa totalité, à savoir, son origine O_{TOOL} (TCP) et son orientation ($\vec{x}_{TOOL}, \vec{y}_{TOOL}, \vec{z}_{TOOL}$) par rapport au repère R_{FLANGE} , voir la Figure 2.

¹ Dispositif facilitant la connexion d'un outil au bras du robot.

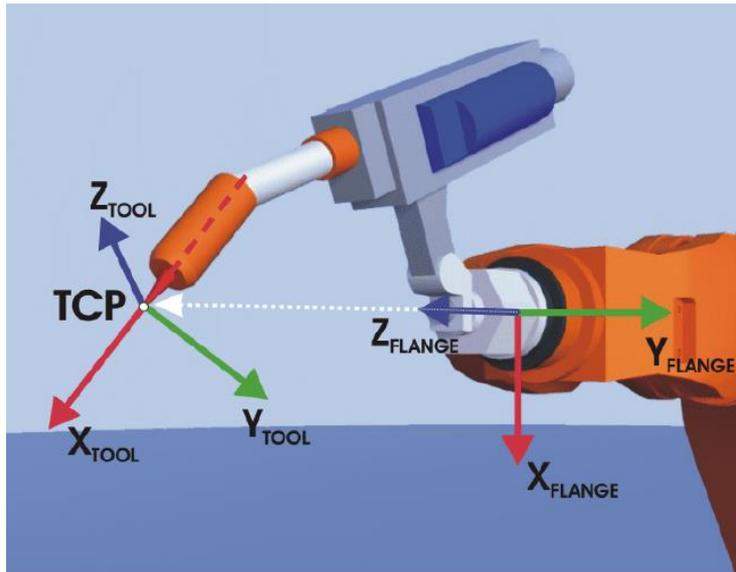


Figure 2 : repère associé à la flasque du robot (R_{FLANGE}), repère associé à l'outil (R_{TOOL}).

La mesure de l'origine O_{TOOL} est supposée connue (obtenue par exemple à l'aide de la méthode « XYZ 4 Points » mentionnée précédemment). Il reste à déterminer avec précision l'orientation du repère R_{TOOL} dans le repère R_{FLANGE} en utilisant la méthode « ABC 2 points » proposée par KUKA.

1) Appliquez la méthode « ABC 2 points » à travers les étapes qui suivent :

On considère un point de référence correspondant à l'extrémité d'une pointe fixée/positionnée sur le plan de travail du robot, voir la figure qui suit. La méthode consiste à accoster ce point de référence à 3 reprises afin de pointer respectivement sur :

- l'origine de l'outil, c'est-à-dire, l'origine (O_{TOOL}), voir la figure ① qui suit,
- une valeur négative de l'axe X_{TOOL} , voir la figure ②,
- une valeur positive de l'axe Y_{TOOL} , voir la figure ③.

Etape 1 : Dans le menu principal (), sélectionner **Mise en service > Mesurer > Outil > ABC 2 points**.

Etape 2 : Sélectionner le numéro de l'outil à mesurer. Confirmer avec **Suite**.

Etape 3 : Accoster le point de référence avec l'origine (O_{TOOL}) de l'outil, située à l'une des deux extrémités de l'outil dans la figure ① qui suit. Appuyer sur **Mesurer**. Répondre à la question de sécurité par **Oui**. **Afin de répondre à la question 1) ci-dessous, relever les coordonnées articulaires (A_1, \dots, A_6) du point mesuré (avant de passer à l'étape suivante) ; voir l'annexe située à la fin du TP pour la procédure à adopter.**

Etape 4 : Accoster le point de référence avec un point, noté X^- , correspondant à une valeur négative de l'axe X_{TOOL} (dans le sens contraire au vecteur $\overrightarrow{X_{TOOL}}$), voir la figure ②. Appuyer sur **Mesurer**. Répondre à la question de sécurité par **Oui**.

Etape 5 : Accoster le point de référence avec un point, noté Y^+ , correspondant à une valeur positive de l'axe Y_{TOOL} (dans le sens au vecteur $\overrightarrow{Y_{TOOL}}$), voir la figure ③. Appuyer sur **Mesurer**. Répondre à la question de sécurité par **Oui**.

Etape 6 : Cette étape sur les données de la charge n'étant pas nécessaire dans notre cas, confirmer ce qui est indiqué par défaut en appuyant sur **Suite**.

Etape 7 : Afficher les points mesurés (exprimés dans le repère R_0) en appuyant sur **Points de mesure**.
Etant utilisées par la suite, relevez les coordonnées opérationnelles (X, Y, Z, A, B, C) de ces trois points, notés P_1, P_2, P_3 , relevés respectivement lors des étapes 3, 4, 5. Retourner ensuite à l'affichage précédent avec **Retour**.

Etape 8 : Appuyer sur **Sauvegarder**.

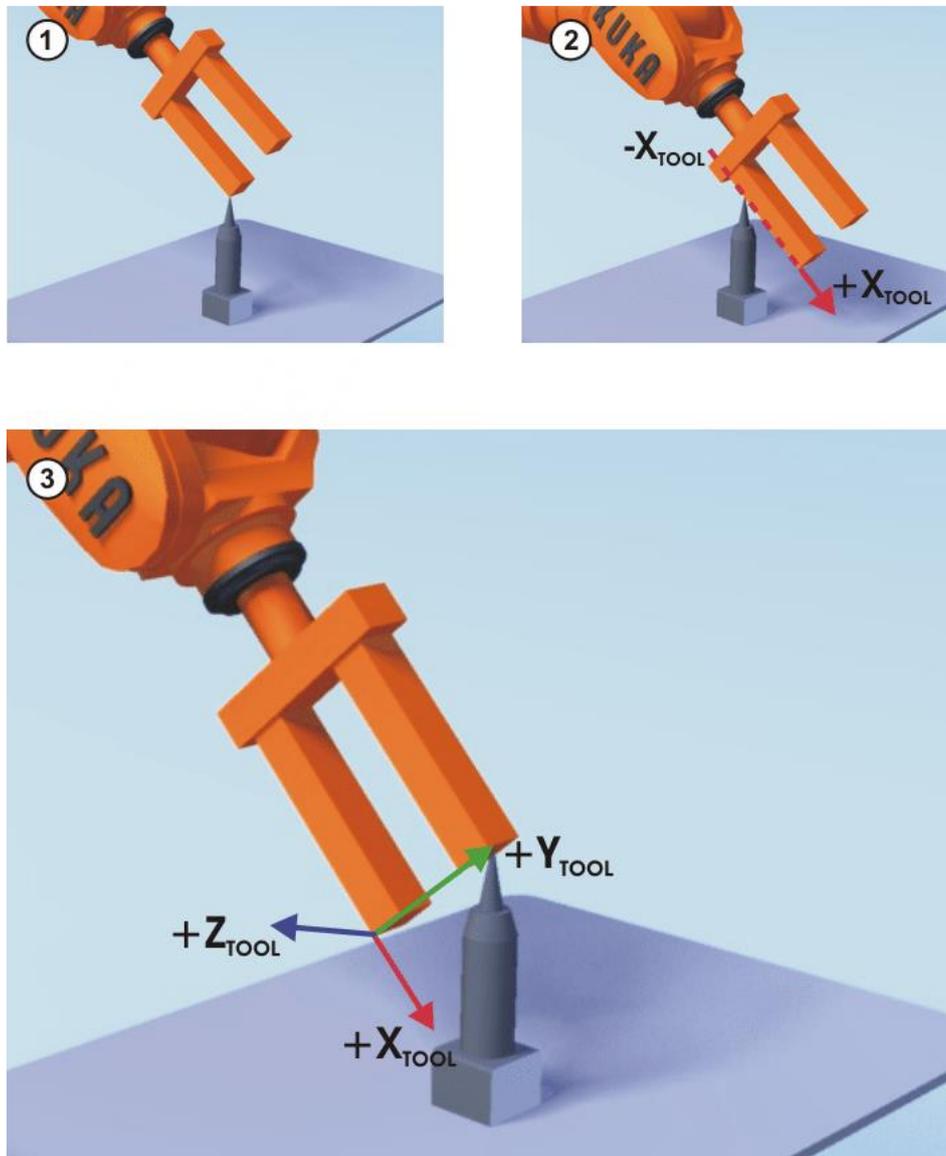


Figure 3 : prises de mesure durant l'application de la méthode « ABC 2 points ».

Il s'agit à présent de retrouver par le calcul les vecteurs $\overrightarrow{X_{TOOL}}, \overrightarrow{Y_{TOOL}}, \overrightarrow{Z_{TOOL}}$ exprimés dans le repère R_{FLANGE} à partir des points P_1, P_2, P_3 ; puis d'en déduire les angles A, B, C correspondants (définis selon la convention z, y, x).

Réaliser un script MatLab ou Scilab durant chacune des étapes de calcul qui suivent menant aux angles A, B, C à partir des points P_1, P_2, P_3 .

- 1) Montrer que les coordonnées opérationnelles du point P_1 correspondent à celles de l'origine O_{TOOL} exprimées dans le repère R_0 lorsque le robot est dans la posture prise durant l'étape 3, utiliser pour cela les coordonnées articulaires A_1, \dots, A_6 relevées durant cette étape.
NB : Les points P_2, P_3 correspondent également à l'origine (O_{TOOL}), exprimée dans le repère R_0 , du repère outil.
- 2) La figure qui suit correspond à la situation de l'outil lors des mesures prises durant les étapes 3, 4, 5. Situer dans cette figure les points $P_1, P_2, P_3, O_0, O_{FLANGE}, O_{TOOL}, X^-, Y^+$.

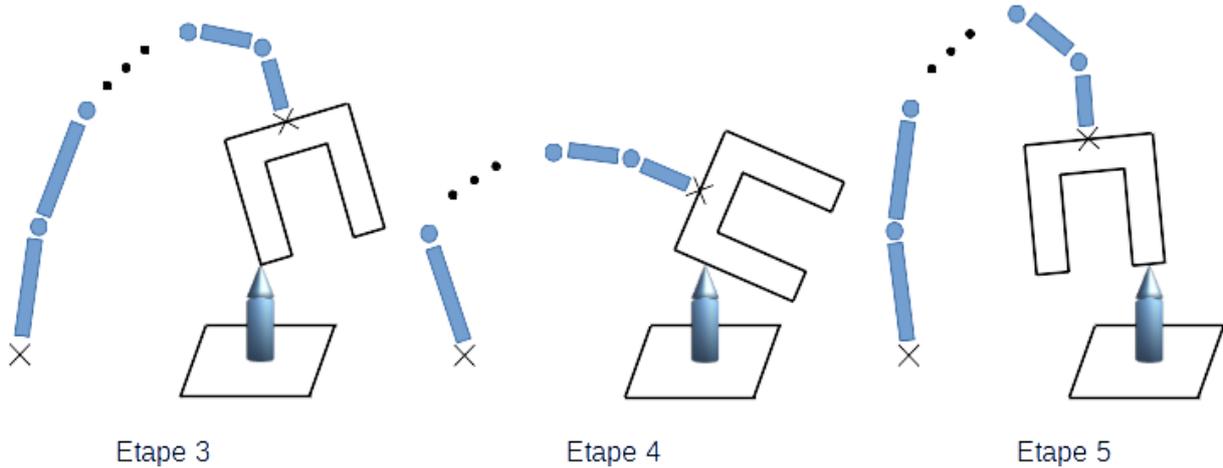


Figure 4 : situation de l'outil durant la prise de mesure des étapes 3, 4, 5.

- 3) Le calcul de $\overrightarrow{X_{TOOL}}$ dans le repère R_{FLANGE} nécessite de calculer préalablement le vecteur $\overrightarrow{X^-P_2}$ dans R_{FLANGE} . Pour cela :
 - Exprimer la matrice de rotation $R_{0,FLANGE}$,
 - En déduire le vecteur $\overrightarrow{X^-P_2}$ exprimé dans le repère R_0 en fonction du vecteur $\overrightarrow{X^-P_2}$ exprimé dans le repère R_{FLANGE} ,
 - En déduire les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{X^-P_2}$ dans le repère R_{FLANGE} .
 Normaliser ce vecteur afin d'obtenir le vecteur $\overrightarrow{X_{TOOL}}$ dans R_{FLANGE} .
- 4) Le calcul de $\overrightarrow{Y_{TOOL}}$ dans le repère R_{FLANGE} ne se fait pas comme précédemment en calculant le vecteur $\overrightarrow{P_3Y^+}$ dans R_{FLANGE} . Expliquer pourquoi ?
 Le calcul de $\overrightarrow{Y_{TOOL}}$ dans le repère R_{FLANGE} se fait à travers les étapes suivantes :
 - Calculer le vecteur $\overrightarrow{O_{FLANGE}Y^+}$ dans R_{FLANGE} . Pour cela, on utilise la relation suivante dans R_{FLANGE} :

$$\overrightarrow{O_{FLANGE}Y^+} = \overrightarrow{O_{FLANGE}P_3} + \overrightarrow{P_3Y^+},$$
 sachant que le calcul du vecteur $\overrightarrow{P_3Y^+}$ dans R_{FLANGE} peut se faire à travers une démarche analogue à celle utilisée dans la question précédente ;
 - Calculer le point, noté Y^- , tel que :
 - le vecteur $\overrightarrow{Y^-Y^+}$ soit orthogonal au vecteur $\overrightarrow{X_{TOOL}}$, soit $\overrightarrow{X_{TOOL}} \cdot \overrightarrow{Y^-Y^+} = 0$,
 - le point Y^- appartienne à la droite passant par le point O_{TOOL} et dont un vecteur directeur est $\overrightarrow{X_{TOOL}}$,
 comme illustré dans la figure suivante.

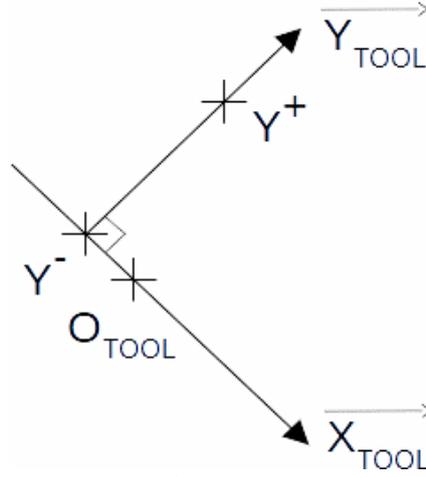


Figure 5 : position des points Y^- , Y^+ , O_{TOOL} par rapport aux axes X_{TOOL} , Y_{TOOL} .

Le calcul du point Y^- peut se faire à l'aide du raisonnement suivant :

i) Dans un premier temps, rappelons l'équation d'une droite D dans \mathbb{R}^3 :

Soient A un point de coordonnées (x_A, y_A, z_A) appartenant à la droite D et $\vec{u} = (\alpha \ \beta \ \gamma)^t$ un vecteur directeur de la droite, un point M de coordonnées (x, y, z) appartient à la droite s'il existe un réel t tel que : $\overrightarrow{AM} = t \vec{u}$; il en résulte une description de la droite D par les équations suivantes :

$$\begin{cases} x = \alpha t + x_A \\ y = \beta t + y_A, \quad \forall t \in \mathbb{R}. \\ z = \gamma t + z_A \end{cases}$$

De manière équivalente, si M est un point appartenant à la droite D , on a alors l'égalité suivante :

$$t = \frac{x-x_A}{\alpha} = \frac{y-y_A}{\beta} = \frac{z-z_A}{\gamma}. \quad (1)$$

2i) Calculons les coordonnées (x, y, z) du point M telles que :

- le point M appartienne à la droite D ,
- le vecteur $\overrightarrow{MY^+}$ soit orthogonal au vecteur \vec{u} .

Soient (Y_x^+, Y_y^+, Y_z^+) les coordonnées du point Y^+ , on a alors :

$$\vec{u} \cdot \overrightarrow{MY^+} = \alpha(Y_x^+ - x) + \beta(Y_y^+ - y) + \gamma(Y_z^+ - z) = 0.$$

A partir de cette équation, on peut calculer x en utilisant l'équation (1), soit :

$$\alpha(Y_x^+ - x) + \beta \left(Y_y^+ - \left(\beta \frac{x-x_A}{\alpha} + y_A \right) \right) + \gamma \left(Y_z^+ - \left(\gamma \frac{x-x_A}{\alpha} + z_A \right) \right) = 0,$$

d'où l'expression de x suivante :

$$x = \frac{\alpha Y_x^+ + \beta(Y_y^+ - y_A) + \gamma(Y_z^+ - z_A) + \frac{\beta^2 + \gamma^2}{\alpha} x_A}{\alpha + \frac{\beta^2 + \gamma^2}{\alpha}},$$

sachant que cette égalité se réduit à : $x = x_A$ lorsque $\alpha = 0$.

Un raisonnement analogue permet le calcul de y et z , soient :

$$y = \frac{\alpha(Y_x^+ - x_A) + \beta Y_y^+ + \gamma(Y_z^+ - z_A) + \frac{\alpha^2 + \gamma^2}{\beta} y_A}{\beta + \frac{\alpha^2 + \gamma^2}{\beta}} \quad \text{avec } y = y_A \text{ lorsque } \beta = 0,$$

$$z = \frac{\alpha(Y_x^+ - x_A) + \beta(Y_y^+ - y_A) + \gamma Y_z^+ + \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\gamma} z_A}{\gamma + \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\gamma}} \text{ avec } z = z_A \text{ lorsque } \gamma = 0.$$

3i) Reprenez ce raisonnement en adaptant les valeurs des points A, M et du vecteur \vec{u} afin de calculer les coordonnées (Y_x^-, Y_y^-, Y_z^-) du point Y^- .

- Normaliser le vecteur $\overrightarrow{Y^- Y^+}$ afin d'obtenir le vecteur $\overrightarrow{Y_{TOOL}}$ dans R_{FLANGE} .

5) Le calcul de $\overrightarrow{Z_{TOOL}}$ se fait à partir de l'équation :

$$\overrightarrow{Z_{TOOL}} = \overrightarrow{X_{TOOL}} \wedge \overrightarrow{Y_{TOOL}}.$$

6) Le calcul des angles A, B, C (définis selon la convention z, y, x) se fait à partir de la matrice des cosinus directeurs selon un calcul analogue à celui réalisé à l'exercice situé à la fin de la partie 3.1 du Cours.

Comparer les angles A, B, C obtenus avec ceux fournis par la méthode « ABC 2 points » (ces informations étant accessibles en sélectionnant le numéro de l'outil utilisé lors de l'application de la méthode).

Annexe :

Procédure pour afficher la position actuelle des axes A_1 à A_6 :

1. Dans le menu principal (), sélectionner **Affichage > Position réelle**. La position réelle cartésienne est affichée,
2. Pour afficher la position réelle spécifique aux axes, appuyer sur **Spécifique aux axes**, voir la figure qui suit,
3. Pour afficher à nouveau la position réelle cartésienne, appuyer sur **Cartésien**.

Position du robot (Spécifique aux axes)			
Axe	Pos. [deg, mm]	Moteur [deg]	
 A1	0.00	0.00	<input type="button" value="Cartésien"/> <input type="button"/> <input type="button"/> <input type="button"/> <input type="button"/> <input type="button"/>
 A2	0.00	0.00	
 A3	0.00	0.00	
 A4	0.00	0.00	
 A5	0.00	0.00	
 A6	0.00	0.00	

Figure 6 : position réelle spécifique aux axes.