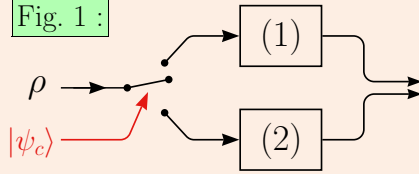


François CHAPEAU-BLONDEAU

Laboratoire Angevin de Recherche en Ingénierie des Systèmes (LARIS), Université d'Angers.

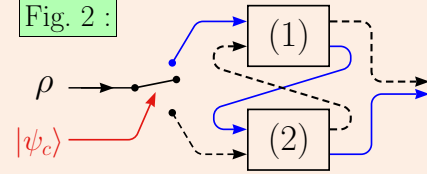
En classique : On peut commuter deux systèmes (1) et (2) selon l'état d'un signal binaire de contrôle. Selon l'état du signal de contrôle $|\psi_c\rangle$, le signal d'entrée ρ est aiguillé à travers ...

Fig. 1 :



... le système (1) ou le système (2),

Fig. 2 :

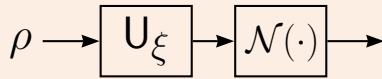


ou la cascade des deux systèmes dans l'ordre causal (1)-(2) ou bien (2)-(1).

En quantique : Signal de contrôle dans l'état superposé $|\psi_c\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ superpose les deux voies de traitement. Réfs. [1, 2]

⇒ associations de systèmes spécifiquement quantiques, de propriétés nouvelles inaccessibles en classique.

Application en estimation paramétrique sur un système quantique bruité : Réf. [3]



$$\rho \mapsto (1-p)U_\xi\rho U_\xi^\dagger + p\sigma_\ell U_\xi\rho U_\xi^\dagger\sigma_\ell^\dagger = K_1\rho K_1^\dagger + K_2\rho K_2^\dagger,$$

à deux opérateurs de Kraus $K_1 = \sqrt{1-p}U_\xi$ et $K_2 = \sqrt{p}\sigma_\ell U_\xi$.

Qubit de signal en entrée : $\rho = \frac{1}{2}(I_2 + \vec{r} \cdot \vec{\sigma})$,

Processus unitaire : $U_\xi = \exp(-i\frac{\xi}{2}\vec{u} \cdot \vec{\sigma})$,

Bruit de Pauli : $\mathcal{N}(\rho) = (1-p)\rho + p\sigma_\ell\rho\sigma_\ell^\dagger$.

→ mis en superposition quantique selon l'architecture de la Fig. 2.

Modélisation du processus quantique superposé :

Le processus superposé est décrit par les opérateurs de Kraus à deux qubits $K_{jk} = K_j^{(2)}K_k^{(1)} \otimes |0_c\rangle\langle 0_c| + K_k^{(1)}K_j^{(2)} \otimes |1_c\rangle\langle 1_c|$.

Caractérisation de l'état de sortie à deux qubits :

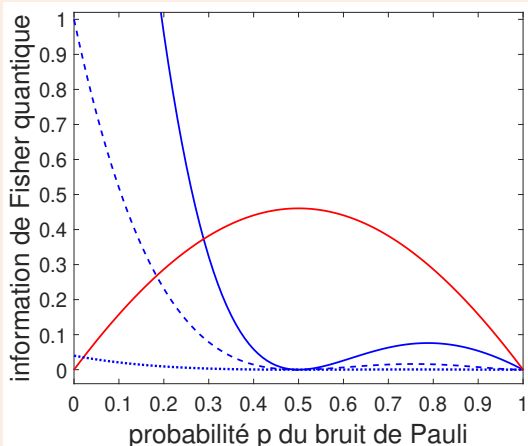
avec qubit de contrôle en entrée d'opérateur densité $\rho_c = |\psi_c\rangle\langle\psi_c|$ avec $|\psi_c\rangle = \sqrt{p_c}|0_c\rangle + \sqrt{1-p_c}|1_c\rangle$ et $p_c \in [0, 1]$:
 $\mathcal{S}(\rho \otimes \rho_c) = \sum_{j,k} K_{jk}(\rho \otimes \rho_c)K_{jk}^\dagger = \mathcal{S}_{01}(\rho) \otimes [p_c|0_c\rangle\langle 0_c| + (1-p_c)|1_c\rangle\langle 1_c|] + \mathcal{S}_{01}(\rho) \otimes \sqrt{(1-p_c)p_c}(|0_c\rangle\langle 1_c| + |1_c\rangle\langle 0_c|)$.

Pour montrer des propriétés spécifiquement quantiques inaccessibles en classique, on choisit de mesurer le qubit de contrôle, qui est gouverné par l'état réduit $\rho^{\text{con}} = \text{tr}_{\text{signal}}[\mathcal{S}(\rho \otimes \rho_c)] = p_c|0_c\rangle\langle 0_c| + (1-p_c)|1_c\rangle\langle 1_c| + Q(\xi)\sqrt{(1-p_c)p_c}(|0_c\rangle\langle 1_c| + |1_c\rangle\langle 0_c|)$, avec $Q(\xi) = \text{tr}[\mathcal{S}_{01}(\rho)] = 1 - 2(1-u_\ell^2)(1-p)p[1 - \cos(\xi)]$. **Donc ρ^{con} dépend de la phase ξ mais pas du signal d'entrée ρ .**

→ **Information de Fisher quantique** pour l'estimation de la phase ξ à partir du qubit de contrôle ρ^{con} , à son maximum à $p_c = 1/2$:

$$F_q^{\text{con}}(\xi) = \frac{[\partial_\xi Q(\xi)]^2}{1 - Q^2(\xi)} = \frac{[2(1-u_\ell^2)(1-p)p \sin(\xi)]^2}{1 - \{1 - 2(1-u_\ell^2)(1-p)p[1 - \cos(\xi)]\}^2},$$

aussi atteinte par la mesure dans la base fixe $\{|+\rangle, |-\rangle\}$ qui atteint l'information de Fisher classique $F_c^{\text{con}}(\xi) = F_q^{\text{con}}(\xi)$. Réf. [4]



← Information de Fisher quantique $F_q^{\text{con}}(\xi)$ du qubit de contrôle.

← Information de Fisher quantique $F_q^{\text{cas}}(\xi; \vec{r})$ de la cascade standard (1)-(2) ou (2)-(1), avec un signal sonde d'entrée de $\|\vec{r}\| = 1$ (trait plein), $\|\vec{r}\| = 0.5$ (tirets) et $\|\vec{r}\| = 0.1$ (pointillés).

⇒ Le qubit de contrôle bien qu'il n'interagisse pas avec le processus U_ξ à estimer, permet néanmoins d'estimer la phase ξ , avec un signal sonde complètement dépolarisé à $\|\vec{r}\| = 0$, ou aligné avec le processus U_ξ à estimer à $\vec{r} \parallel \vec{u}$.

Les processus quantiques superposés recèlent de nombreuses potentialités à explorer pour les signaux-systèmes quantiques.

[1] O. Oreshkov, F. Costa, Č. Brukner, "Quantum correlations with no causal order", *Nature Communications*, vol. 3, pp. 1092,1-8, 2012.

[2] G. Chiribella, G. M. D'Ariano, P. Perinotti, B. Valiron, "Quantum computations without definite causal structure", *Physical Review A*, vol. 88, pp. 022318,1-15, 2013.

[3] F. Chapeau-Blondeau, "Noisy quantum metrology with the assistance of indefinite causal order", *Physical Review A*, vol. 103, pp. 032615,1-18, 2021.

[4] F. Chapeau-Blondeau, "Optimizing qubit phase estimation", *Physical Review A*, vol. 94, pp. 022334,1-14, 2016.