

Une (très) courte introduction à la géométrie algébrique réelle

Nicolas DELANOUE, nicolas.delanoue@univ-angers.fr
LARIS - Université d'Angers.

Jeudi 22 septembre 2022

Séminaire de la SFR MathSTIC - Université d'Angers
14h00 Amphithéâtre D du bâtiment A de la faculté des sciences

La géométrie algébrique réelle a pour premier objet l'étude des sous-ensembles de \mathbb{R}^n définis par des équations polynomiales : les ensembles algébriques réels.

L'exposé commencera par motiver l'étude de ces sous-ensembles de \mathbb{R}^n avec des problèmes issus de la robotique : planification de trajectoires, étude de singularités, mode d'assemblage.

Dans un second temps, on exposera plusieurs techniques algorithmiques classiques comme la méthode de Sturm ou encore la théorie des résultants [4]. La première permet de dénombrer (et isoler) algorithmiquement les racines réelles d'un polynôme d'une variable. Avec la théorie des résultants, il est possible de décider que deux polynômes ont une racine en commun. Employées correctement, ces deux méthodes permettent d'analyser algorithmiquement la topologie d'un ensemble semi-algébrique de \mathbb{R}^n [1] (Voir Fig. 1). Lors de cette présentation, de nombreux exemples seront donnés en dimension 2.

Finalement, la complexité en temps de ces algorithmes sera discutée en tenant compte de la taille potentielle des mots mémoires mis en jeu lors de l'exécution. Les exposés suivants proposeront des algorithmes calculant la topologie de courbes algébriques du plan ayant de meilleures complexités [2, 3].

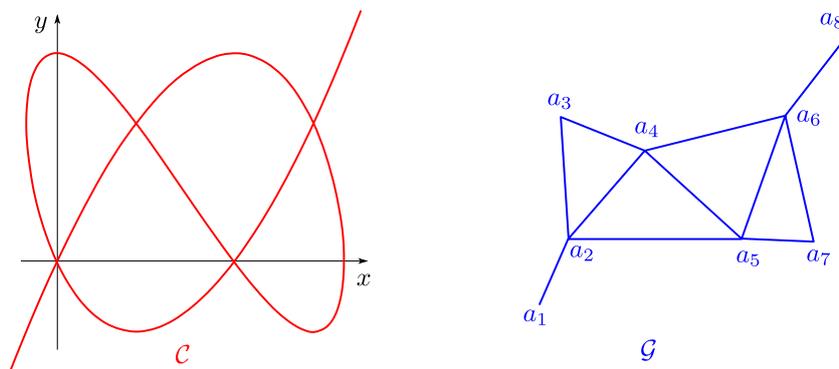


FIGURE 1 – La courbe algébrique \mathcal{C} d'équation $16x^5 - 20x^3 + 5x - 4y^3 + 3y = 0$ et un graphe \mathcal{G} ayant la même topologie que \mathcal{C} .

Références

- [1] Saugata Basu, Richard Pollack, and Marie-Françoise Roy. *Algorithms in real algebraic geometry*, volume 10 of *Algorithms and Computation in Mathematics*. Springer, 2006. 2nd ed.
- [2] Yacine Bouzidi, Sylvain Lazard, Marc Pouget, and Fabrice Rouillier. Separating linear forms and rational univariate representations of bivariate systems. *Journal of Symbolic Computation*, 68 :84–119, 2015.
- [3] Daouda Niang Diatta, Sény Diatta, Fabrice Rouillier, Marie-Françoise Roy, and Michael Sagraloff. Bounds for polynomials on algebraic numbers and application to curve topology. *Discrete and Computational Geometry*, 67 :631–697, February 2022.
- [4] Joachim von zur Gathen and Jürgen Gerhard. *Modern Computer Algebra*. Cambridge University Press, 1999.